

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS**

Sigmar de Lima

**ESTUDO DE UM MECANISMO DE SUSPENSÃO
MAGNÉTICA UTILIZANDO ÍMÃS-PERMANENTES**

Florianópolis

2011

Sigmar de Lima

**ESTUDO DE UM MECANISMO DE SUSPENSÃO
MAGNÉTICA UTILIZANDO ÍMÃS-PERMANENTES**

Dissertação submetido ao Programa
de Pós-Graduação em Engenharia de
Automação e Sistemas da Universi-
dade Federal de Santa Catarina para
a obtenção do Grau de Mestre em En-
genharia de Automação e Sistemas.
Orientador: Prof. Dr. Eng. Nestor
Roqueiro
Coorientador: Prof. Dr. Eng. João
Pedro Assumpção Bastos

Florianópolis

2011

Catálogo na fonte pela Biblioteca Universitária
da
Universidade Federal de Santa Catarina

L732e Lima, Sigmar de
Estudo de um mecanismo de suspensão magnética utilizando
ímãs-permanentes [dissertação] / Sigmar de Lima ; orientador,
Nestor Roqueiro. - Florianópolis, SC, 2011.
116 p.: il., grafs., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Automação e Sistemas.

Inclui referências

1. Engenharia de sistemas. 2. Modelagem computacional.
3. Campos eletromagnéticos. 4. Controlador fuzzy. I. Roqueiro,
Nestor. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa
de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas. III.
Título.

CDU 621.3-231.2 (021)

Sigmar de Lima

ESTUDO DE UM MECANISMO DE SUSPENSÃO MAGNÉTICA UTILIZANDO ÍMÃS-PERMANENTES

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas”, e aprovado em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina .

Florianópolis, 05 de Maio 2011.

Prof. Chefe, Dr. Eng. José Eduardo Ribeiro Cury
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Eng. Nestor Roqueiro
Orientador

Prof. Dr. Eng. João Pedro Assumpção Bastos
Coorientador

Prof. Dr. Eng. Antonio Augusto Rodrigues Coelho

Prof. Dr. Eng. Mauricio Valencia Ferreira da Luz

Prof. Dr. Eng. Rodrigo de Souza Vieira

A Deus, por estar presente em minha vida
e iluminar o meu caminho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter dado inspiração, coragem, otimismo e disposição para conduzir e finalizar este trabalho.

Aos meus pais, Osnildo e Iraci simplesmente por existirem e torcendo verdadeiramente por mim.

Aos meus irmãos, Adriana, Cristiano, Elvis, Katia, Luis e Osnilda por todo apoio.

Ao meu orientador, professor Nestor Roqueiro, dedicação, amizade e por estar presente mesmo quando estava longe por sua paciência.

Ao meu co-orientador, professor João Pedro pela sua dedicação, paciência e por sempre me receber prontamente para conversar e tirar dúvidas a qualquer momento.

Aos professores da banca, professor Antonio, professor Mauricio e professor Rodrigo pela disponibilidade, atenção e contribuições.

Aos professores e funcionários do DAS, pela atenção e apoio.

Aos professores que me indicaram para o mestrado, professor Sergio Cabral e professor Thair Ibrahim.

Aos professores e alunos do GRUCAD pela atenção e ajuda.

Aos amigos, em especial ao Beto, Carla, Douglas, Ebrahim, Fara, Helton, Lange, Maradona, Mateus, Nardênio, Paulo, Rattus, Scussiato, Tanisia, Vanessa, Victor e o pessoal do sindicato e do LTIC pela amizade e o apoio.

Ao nosso grupo de estudos de energia cinética, pela amizade e treinamento que tivemos juntos.

A todos os que, sob diversas formas, contribuíram com este trabalho.

*Se alguma coisa está difícil de ser feita,
é porque não é para ser feita.*

Homer Jay Simpson

RESUMO

Os sistemas de suspensão tiveram uma rápida evolução na primeira metade do século XX. Desde então, o conjunto mola-amortecedor hidráulico tem sido usado com constantes melhoras nos materiais, mas sem mudanças na concepção. A suspensão ativa, embora conhecida há muito tempo, não é, pela sua complexidade e custo, amplamente utilizada. Nesta dissertação é desenvolvido um sistema de suspensão magnética com amortecimento eletromagnético integrado nele. O objetivo é a simplificação de construção do sistema final de suspensão. No projeto do sistema foi utilizado o software EFCAD desenvolvido pelo GRUCAD/EEL/UFSC, que é baseado na técnica de Elementos Finitos e aplicado em problemas de Eletromagnetismo. A partir do sistema projetado é proposto um modelo para controle da corrente do sistema. Finalmente, são apresentadas simulações do sistema em operação usando um controlador fuzzy para verificar se o sistema atende às especificações de projeto.

Palavras-chave: Suspensão veicular, Suspensão eletromagnética, Modelagem, Controlador Fuzzy, CAD, Campos eletromagnéticos.

ABSTRACT

The suspension systems have had a rapid evolution in the first half of the 20th Century. Since then, the conjunct damper-spring hydraulic has been used with constant improvements in materials but without changes in the design. Although known for a long time the active suspension is not widely used because of its complexity and cost. In This dissertation is developed a system of magnetic suspension with electromagnetic damping integrated therein. The objective is the simplification of the construction of the final suspension system. In the project of the system was used the software EFCAD developed by GRUCAD /EEL/UFSC, which is based on the technique of Finite Elements and applied in Electromagnetism problems. From system designed is proposed a model for the current control system. Finally, are presented simulations of the system in operation using a fuzzy controller to check if the system fulfils the project specifications.

Keywords: Vehicle suspension, Electromagnetic suspension, Fuzzy controller, CAD, Electromagnetic fields.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Triciclo.....	27
Figura 2	Vista frontal inclinada do triciclo.....	28
Figura 3	Vista frontal inclinada do triciclo.....	29
Figura 4	Exemplos de molas.....	32
Figura 5	Suspensão com mola helicoidal.....	34
Figura 6	Feixe de mola.....	34
Figura 7	Suspensão autonivelante.....	35
Figura 8	Amortecedor modelo Andre.....	37
Figura 9	Amortecedor de cinta.....	37
Figura 10	Amortecedor hidráulico de alavanca.....	38
Figura 11	Amortecedor hidráulico de êmbolo rotativo ou Hodaille.....	38
Figura 12	Amortecedor hidráulico do Lancia.....	39
Figura 13	Amortecedor hidráulico telescópico.....	40
Figura 14	Amortecedor do Citroën 2CV.....	40
Figura 15	Suspensão Hidropneumática.....	41
Figura 16	Amortecedor eletromagnético de (KIM et al., 2001).....	42
Figura 17	Amortecedor com fluido reológico.....	43
Figura 18	Sistema de suspensão como um motor linear.....	44
Figura 19	À esquerda um carro com suspensão passiva e à direita um carro com o sistema de suspensão da Bose.....	44
Figura 20	Amortecedor eletromagnético de (MIRZAEI et al., 2001).....	45
Figura 21	Amortecedor híbrido de (MARTINS et al., 1999).....	45
Figura 22	Amortecedor de (Ummaneni et al., 2007).....	46
Figura 23	Amortecedor eletromagnético com um motor CC rotatório.....	46
Figura 24	Amortecedor magnético de (KAWAMOTO et al., 2007)...	47
Figura 25	Amortecedor magnético de corrente induzida de (EBRAHIMI, 2009).....	48
Figura 26	Aplicações com simetria axial no EFCAD (GRUCAD, 2002).....	51
Figura 27	Modelo da suspensão.....	52
Figura 28	Malha de domínio da estrutura calculada no programa EFCAD.....	52

Figura 29 Linhas de fluxo magnético na estrutura calculada no programa EFCAD	53
Figura 30 Corte do Modelo da suspensão (partes)	54
Figura 31 Corte do Modelo da suspensão.....	54
Figura 32 Modelo de uma Mola	56
Figura 33 Modelo de um Amortecedor	56
Figura 34 Modelo de 1/4 de veículo	57
Figura 35 Coordenadas cilíndricas.....	63
Figura 36 Ímã equivalente a duas cargas magnéticas.....	65
Figura 37 Força entre um Ímã e uma solenóide.....	68
Figura 38 Cálculo do solenóide x ímã	70
Figura 39 Ímã x tubo de material ferromagnético	70
Figura 40 Força entre um Ímã e uma bobina com núcleo de um material ferromagnético	71
Figura 41 Ímã dentro de um tubo ferromagnético	72
Figura 42 Ímã dentro de um tubo de material ferromagnético - Circuito magnético.....	72
Figura 43 Ímã fora do tubo ferromagnético.....	74
Figura 44 Ímã fora do tubo ferromagnético - Circuito magnético ..	74
Figura 45 Modelo da Suspensão.....	76
Figura 46 Força entre os ímãs permanente da suspensão magnética conforme o deslocamento do ímã central.....	78
Figura 47 Força da bobina 1 e 2 em relação ao deslocamento do ímã central.....	79
Figura 48 Força da bobina 3 e 4 em relação ao deslocamento do ímã central.....	80
Figura 49 Arquitetura do controlador Fuzzy.....	84
Figura 50 Função de pertinência referente ao deslocamento.....	85
Figura 51 Função de pertinência referente à velocidade.....	85
Figura 52 Modelo Fuzzy	86
Figura 53 Superfície de controle da bobina central.....	87
Figura 54 Superfície de controle da bobina 1	87
Figura 55 Superfície de controle da bobina 2	88
Figura 56 Superfície de controle da bobina 3	88
Figura 57 Superfície de controle da bobina 4	89

Figura 58	Força aplicada pelo solo na suspensão.....	89
Figura 59	Modelo do diagrama de blocos.....	90
Figura 60	Densidade de corrente da bobina central.....	90
Figura 61	Densidade de corrente da bobina 1.....	91
Figura 62	Densidade de corrente da bobina 2.....	92
Figura 63	Densidade de corrente da bobina 3.....	92
Figura 64	Densidade de corrente da bobina 4.....	93
Figura 65	Deslocamento controlado.....	93
Figura 66	Velocidade do deslocamento.....	94

LISTA DE SÍMBOLOS

F_{ap}	Força aplicada de acordo com o relevo do terreno	55
M_v	Massa do veículo	55
\ddot{z}	Aceleração	55
K	Constante elástica da mola	55
b	Coeficiente de atrito viscoso do amortecedor	56
\vec{H}	Campo magnético	58
\vec{B}	Indução magnética	58
φ	Potencial escalar	58
μ_o	Permeabilidade magnética no ar	58
\vec{M}	Magnetização	58
∇^2	Laplaciano	58
$G(x-x')$	Função de Green	59
$\delta(x-x')$	Função delta de Dirac	59
x	Ponto de observação	60
x'	Ponto observado	60
ρ_m	Densidade de carga volumétrica	60
σ_m	Densidade de carga superficial	60
M_s	Magnetização de saturação	60
J_m	Densidade superficial de corrente	61
j_m	Densidade linear de corrente	61
Br	Indução remanente	65
A_{tubo}	Área do tubo de material ferromagnético	70
ϕ	Fluxo magnético	71
R_{fe}	Relutância magnética do tubo de material ferromagnético	73
l_{fe}	Comprimento do tubo de material ferromagnético	73
A_{fe}	Área da secção transversal do tubo ferromagnético	73
μ_r	Permeabilidade magnética relativa do tudo material ferro- magnético	73
R_m	Relutância magnética do ímã permanente	73
l_m	Comprimento do ímã permanente central da estrutura	73
A_m	Área da secção transversal do ímã permanente	73
R_{a1}	Relutância magnética do ar	73

R_{a2}	Relutância magnética do ar.....	73
H_c	Campo magnético do ímã permanente.....	73
A_{ar1}	Área referente à dispersão magnética no ar.....	73
A_{ar2}	Área referente à dispersão magnética no ar.....	73
A_{g1}	Área entre o tubo de material ferromagnético e o ímã per- manente.....	73
R_{a3}	Relutância magnética do ar.....	75
R_{a4}	Relutância magnética do ar.....	75
A_g	Área referente à dispersão magnética no ar.....	75
A_{g2}	Área entre o tubo de material ferromagnético e o ímã per- manente.....	75
N	Número de espiras.....	75
I	Corrente.....	75
H_c	Campo magnético.....	75

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	25
2 MOTIVAÇÃO	27
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	31
3.1 SUSPENSÃO PASSIVA	31
3.2 SUSPENSÃO SEMIATIVA	32
3.3 SUSPENSÃO ATIVA	32
3.4 MOLA	32
3.4.1 Molas de aço	33
3.4.1.1 Barras de torção	33
3.4.1.2 Mola helicoidal	33
3.4.1.3 Feixe de molas	33
3.4.2 Mola de ar ou gás	35
3.5 AMORTECEDORES	35
3.6 AMORTECEDORES E MOLAS ELETROMAGNÉTICOS ..	41
3.6.1 Amortecedores de fluidos reológicos	42
3.6.2 Motor linear	42
3.6.3 Amortecedores de correntes induzidas	47
4 PROJETO	49
4.1 DESENVOLVIMENTO DA SUSPENSÃO	49
4.1.1 EFCAD	50
5 MODELAGEM DO SISTEMA	55
5.1 FORÇA DA MOLA	57
5.1.1 Força de repulsão entre os ímãs	57
5.2 FORÇA DO AMORTECEDOR	67
5.2.1 Força gerada pelos solenóides em relação ao ímã ...	67
5.2.2 Força de atração entre o ímã e o tubo ferromagnético com a bobina central	70
5.3 MODELO UTILIZADO NO MATLAB	75
6 SIMULAÇÃO E RESULTADOS	83
7 CONCLUSÃO	95
7.1 PERSPECTIVA DE TRABALHOS FUTUROS	96
REFERÊNCIAS	97
APÊNDICE A – Regras do controlado Fuzzy	105
ANEXO A – Potenciais retardados, Henrique Fleming ..	113

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho é resultado das atividades de pesquisa desenvolvidas pelo engenheiro Sigmar de Lima na área de controle do Departamento de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Este trabalho tem como intuito realizar o projeto de um sistema de suspensão ativa (magnética), que seja capaz de reproduzir as forças de um sistema de suspensão mecânica em um sistema de suspensão magnético.

A estrutura suspensão proposta será composta de um conjunto de ímãs permanentes e de solenóides. Esta estrutura deve ser modelada de forma que seja possível adicioná-la em um software para simulação computacional. Além disso, esse sistema deve atuar no controle do deslocamento e da velocidade do deslocamento vertical da carroceria, evitando as oscilações características em sistemas massa-mola.

O capítulo 2 descreve a motivação deste trabalho, que surgiu da necessidade de uma suspensão para o triciclo que está sendo desenvolvido pelo Laboratório de Inovação da UFSC. Este veículo está sendo construído devido a necessidade de melhorias no sistema de transporte das cidades. O crescimento do número de veículos está sendo maior do que a capacidade de ampliação das vias. A construção deste veículo sugere a substituição de veículos grandes e pesados, com sua capacidade de passageiro subutilizada, por veículos menores e mais leves. O veículo possui uma instabilidade inerente. Deste modo, para estabilizá-lo, necessitamos incliná-lo em curvas, de forma semelhante a uma motocicleta.

O capítulo 3 é reservado para a fundamentação teórica, que traz uma evolução histórica das pesquisas e das suspensões veiculares utilizadas, explicando o funcionamento de algumas. Uma pesquisa foi realizada buscando tecnologias existentes nesta área e os resultados são apresentados nesse capítulo de forma resumida.

O capítulo 4 descreve o projeto da suspensão eletromagnética, como foi elaborada a estrutura eletromagnética que substitua uma suspensão mecânica. Para o projeto da suspensão foi utilizado o programa EFCAD (Electromagnetic Field Computer Aided Design). Neste capítulo também tem-se uma pequena descrição de alguns programas do EFCAD.

O capítulo 5 trata da modelagem matemática do sistema da suspensão eletromagnética, fazendo um comparativo com a suspensão passiva. Esta Modelagem foi feita em partes, de acordo com as forças

geradas, modelando as forças entre ímãs permanentes, as forças entre uma solenóide e um ímã permanente, e a força gerada pelo circuito magnético que relaciona o tubo de material ferromagnético, a bobina central e o ímã permanente. Foi utilizado o programa Mathcad® para o cálculo das forças.

O capítulo 6 mostra os resultados de simulação aplicando o controlador Fuzzy ao modelo da suspensão, junto com um breve comentário do funcionamento do controlador Fuzzy. Para o projeto do controlador foi utilizado o FIS editor do Matlab®. A simulação dos resultados foi feita no Simulink® do Matlab®. Nesta etapa do projeto foi necessário fazer algumas aproximações das curvas das forças calculadas com o Mathcad®, por meio de polinômios.

Por fim, o capítulo 7 resume os resultados deste trabalho, apresentando as conclusões da pesquisa e propondo extensões e modificações futuras para a continuidade do estudo.

2 MOTIVAÇÃO

Nos últimos anos, o número de automóveis vem crescendo (NAAMSA, 2010), assim como aumentam as restrições nos níveis de emissão de poluentes por veículos automotores (CONTROLAR, 2010). A grande maioria dos veículos automotores utilizados nas cidades é ocupada apenas por uma pessoa ou por duas pessoas (CARVER, 2010). Devido a este fato, o Laboratório de Inovação está desenvolvendo um veículo menor, de largura reduzida, para duas pessoas, mas com o conforto de um automóvel e que abrigue os seus passageiros internamente, protegendo-os assim das condições ambientais ((ROQUEIRO; COLET, 2010) e (VIEIRA et al., 2007)).

Este veículo tem o propósito de diminuir o trânsito nas ruas, diminuindo assim também o consumo de combustível e a emissão de poluentes, por ser um veículo de menor porte.

A fim de aprimorar a pesquisa, propõe-se utilizar uma plataforma com três rodas, ou seja, um triciclo, figura 1. A roda traseira exercerá a função de tração, dispensando o uso de sistemas de transmissão pesados e onerosos como o diferencial. As duas rodas dianteiras servem para dar a direção e manter o veículo equilibrado.

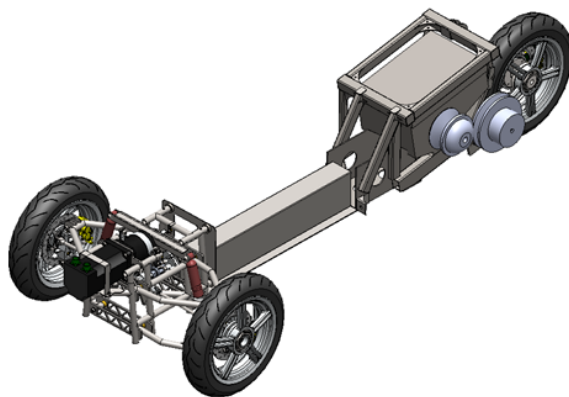


Figura 1 – Triciclo

Fonte: (NICOLAZZI; RAFAGNIN; TRAUTWEIN, 2010).

Para manter a estabilidade deste veículo em curvas é necessário que a posição do seu centro de massa seja alterada em função da

aceleração lateral à qual o veículo está sendo submetido, pois este veículo é estreito. Por possuir duas rodas dianteiras, a traseira do veículo se torna o ponto crítico e o centro de gravidade deve se localizar na parte da frente do veículo para uma maior estabilidade.

A motivação deste trabalho surgiu na necessidade de criar um sistema de suspensão para as rodas dianteiras deste veículo. Este sistema de suspensão terá a função de inclinar o chassi, o que modifica a posição do centro de massa do veículo em relação aos pontos de contato dos pneus com o chão. Além de inclinar o chassi, pretende-se também que as rodas inclinem, de forma a minimizar os esforços transversais ao plano das rodas. Foi proposto desenvolver um sistema de suspensão ativa (magnética) com controle integrado. Esta suspensão atuará na atenuação das forças geradas de acordo com desnível do terreno sem causar oscilações indesejadas, melhorando o contato dos pneus com o solo e a capacidade do veículo em curva, inclinando-o para o lado oposto da força centrífuga e, assim, garantindo a sua estabilidade (figuras 2 e 3).

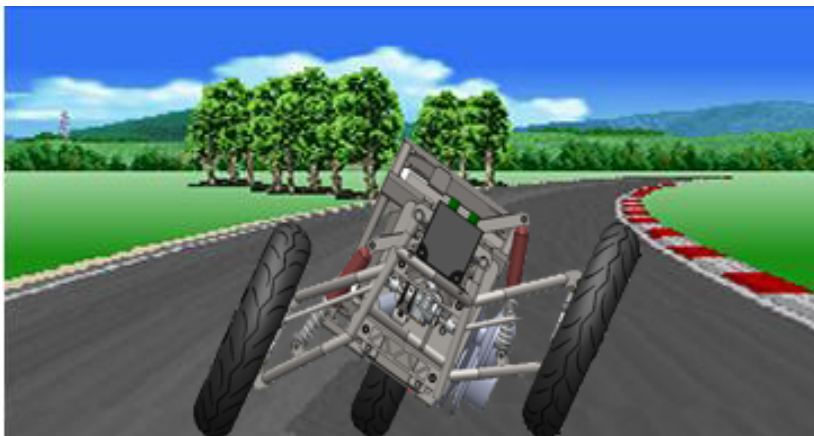


Figura 2 – Vista frontal inclinada do triciclo
Fonte: (NICOLAZZI; RAFAGNIN; TRAUTWEIN, 2010).

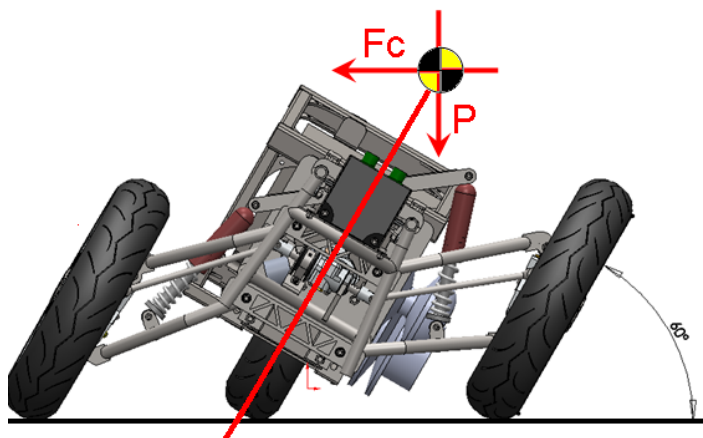


Figura 3 – Vista frontal inclinada do triciclo
Fonte: (NICOLAZZI; RAFAGNIN; TRAUTWEIN, 2010).

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A suspensão fornece a base para o conforto e para a segurança de um veículo, sendo seu projeto feito por intermédio das seguintes funções:

- I. Isolar os passageiros do veículo das vibrações causadas pelas imperfeições das estradas.
- II. Manter os pneus em contato com o solo, otimizando o atrito entre estas duas partes.
- III. Minimizar a inclinação da carroceria ocorrida pela ação da força centrífuga no veículo, jogando-o para fora da curva.
- IV. Suportar o peso estático do veículo.
- V. Absorção de transferência de carga longitudinal.

As carruagens do século XVI tentaram solucionar o problema com as irregularidades do terreno, transmitidas aos passageiros. Assim, surgiu a ideia de se elevar a carruagem em amarras de couro fixadas a quatro colunas do chassi. Uma vez que a carruagem estava suspensa do chassi, o sistema veio a ser conhecido como "suspensão". Este termo é utilizado hoje para descrever o conjunto completo de soluções do sistema de suspensão (HARRIS, 2010).

Atualmente, são utilizados três tipos de suspensão veicular: a passiva, a semiativa e a ativa (LI, 2007).

3.1 SUSPENSÃO PASSIVA

Os sistemas passivos são os mais comuns, por serem simples e de baixo custo. Esse sistema é composto por componentes passivos, como mola e amortecedor mecânicos, fixados entre o eixo da roda e a carroceria do veículo. Os elementos passivos armazenam energia apenas funcionando com atuação mecânica, sem componentes eletrônicos auxiliando os seus movimentos. Seu projeto é feito de acordo com as características desejadas, quanto ao conforto e à estabilidade.

3.2 SUSPENSÃO SEMIATIVA

São sistemas que utilizam amortecedores com sistema de controle que permite variar o seu fator de amortecimento. A mola deste sistema é passiva.

3.3 SUSPENSÃO ATIVA

Segundo (ELBEHEIRY et al., 1995), alguns artigos generalizam a palavra "ativa" para qualquer sistema de suspensão que utiliza uma fonte de energia e processamento de sinais. Outros artigos classificam a suspensão ativa pela energia fornecida ou pela faixa de frequência utilizada pelos atuadores. A ideia básica dos sistemas de suspensão ativa é dada pela substituição dos elementos de uma suspensão passiva (molas e amortecedores) por um sistema controlado com possibilidades de monitoramento e processamento de todos os parâmetros do veículo. Esta suspensão possui uma fonte externa de energia, que atua em uma grande faixa de frequências, gerando a força desejada.

3.4 MOLA

Os projetos de molas rapidamente substituíram a suspensão por amarras de couro nos veículos. Deste modo, com o passar dos anos, novos sistemas de molas, mais eficientes, foram sendo desenvolvidos para aumentar o conforto dos passageiros. As molas mais utilizadas nos veículos são:

Molas de aço, molas de ar e gás, molas de borracha e molas de Elastômeros de Poliuretano, conforme apresentadas na figura 4.



Figura 4 – Exemplos de molas
Fonte:(HILL, 2005).

3.4.1 Molas de aço

As molas de aço utilizadas em automóveis são classificadas como: molas planas, helicoidais e de torção, apresentadas comumente sob a forma de feixe de molas, cilíndricas de compressão e de barras de torção, repectivamente (SHIGLEY, 2005).

3.4.1.1 Barras de torção

As barras de torção são usadas como molas. Utilizam as propriedades de torção de uma barra de aço para obter o desempenho parecido com o de uma mola helicoidal. O seu funcionamento ocorre do seguinte modo: uma extremidade da barra é fixada no chassi do veículo e a outra é fixada ao braço triangular, que atua como uma alavanca que se movimenta perpendicularmente à barra de torção. Quando a roda atinge um obstáculo, o deslocamento vertical é transferido ao braço triangular e, por meio da ação de alavanca, à barra de torção. Esta então se torce ao longo do seu eixo, provendo uma força semelhante à da mola.

3.4.1.2 Mola helicoidal

Este é o tipo mais comum de mola, é basicamente uma barra de torção de alta capacidade, enrolada em volta do seu eixo. Similar às barras de torção, as molas helicoidal possuem pouco ou nenhum amortecimento natural, por isso necessitam do uso de amortecedores, conforme descrito em (STONE; BALL, 2004). A figura 5 mostra um exemplo de suspensão com mola helicoidal.

3.4.1.3 Feixe de molas

Este tipo de mola consiste em várias camadas de metal presas com grampos para evitar movimentos individuais das lâminas durante as deflexões e para atuarem juntas como uma única peça (figura 6). As fricções geradas entre as lâminas resultam em pouco amortecimento. São utilizados atualmente em veículos utilitários e de carga (STONE; BALL, 2004).

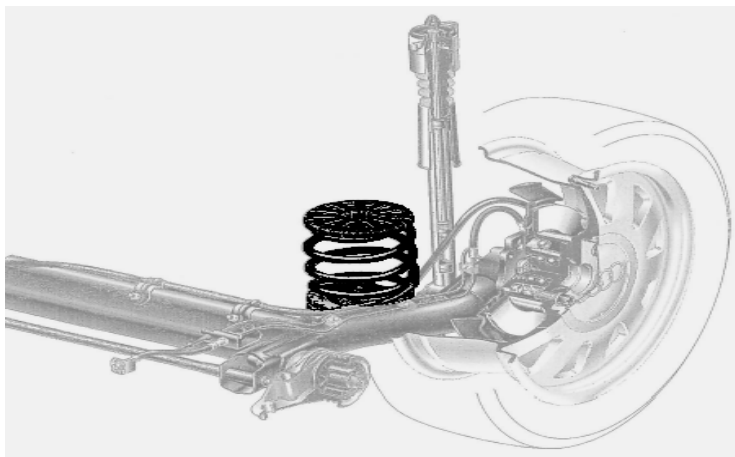


Figura 5 – Suspensão com mola helicoidal
Fonte: (REIMPELL; STOLL; BETZLER, 2001).

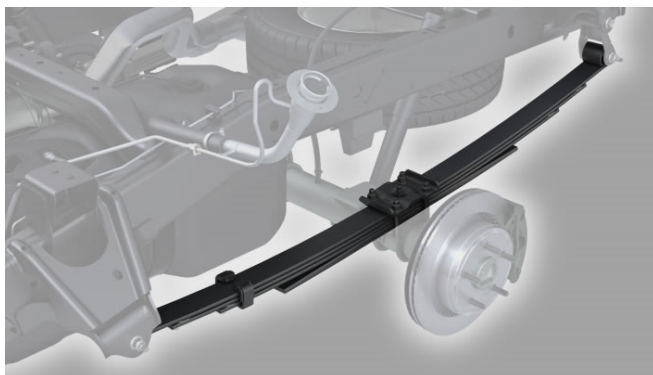


Figura 6 – Feixe de mola
Fonte: (DODGE, 2008).

3.4.2 Mola de ar ou gás

As molas de ar ou gás são utilizadas nas suspensões conhecidas como autonivelantes. Esta suspensão é uma variação da suspensão passiva no qual geralmente a mola mecânica é substituída por uma bolsa que usa o ar ou gás comprimido como mola (figura 7). Com este sistema a altura do veículo pode ser ajustada por intermédio de uma válvula niveladora (GILLESPIE, 1992).

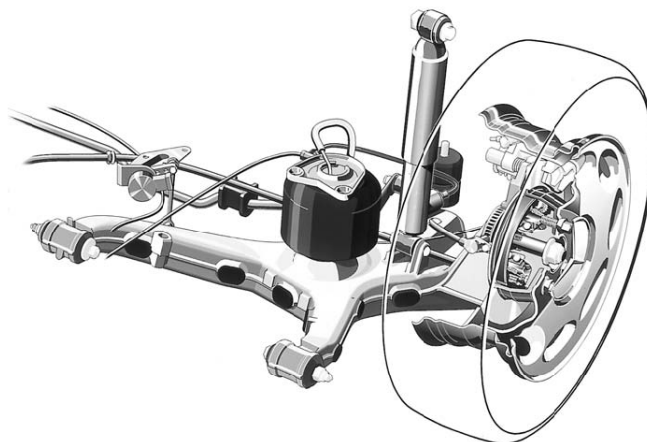


Figura 7 – Suspensão autonivelante
Fonte: (REIMPELL; STOLL; BETZLER, 2001).

3.5 AMORTECEDORES

Quando um veículo passa sobre um obstáculo, as molas se excitam e começam a oscilar. Essa oscilação acontece por um certo tempo, mesmo após a superação do obstáculo pelo veículo. Sem a presença de amortecedores, o veículo perderia o contato da roda com o terreno e a absorção desta oscilação seria feita por meio dos atritos da suspensão e pela geração de calor na mola.

O primeiro amortecimento utilizado nos veículos foi o amortecimento estrutural, que é causado pela dissipação da energia mecânica pelo movimento entre componentes de uma estrutura mecânica que possui pontos de contatos comuns, juntas ou suportes.

Este amortecimento utiliza o atrito gerado pelo movimento entre os componentes e pelo contato intermitente das articulações do sistema ou das estruturas. O comportamento da dissipação de energia depende muito do sistema mecânico e, por isso, é extremamente difícil de desenvolver um modelo analítico generalizado que descreva satisfatoriamente a estrutura do amortecimento (SILVA, 2007).

Inicialmente foram realizados esforços para controlar os níveis de curvatura das lâminas para obter um melhor amortecimento nas suspensões que utilizavam feixe de molas com amortecimento por atrito inerente. Esta suspensão evoluiu com o adicionamento de diversos materiais para controlar o coeficiente de atrito e das forças.

O primeiro amortecedor inventado foi um sistema de amortecimento à fricção de Truffault, conhecido como "scissor-action friction disc system". Este sistema utiliza discos de bronze para alterar o óleo no couro, pressionados juntos por um disco de mola cônico. O atrito pode ser ajustado por um parafuso manipulador colocado no ponto de articulação, que pressiona os discos. Este parafuso pode ser apertado ou afrouxado, variando a força de atrito. Entre 1900 e 1903, Truffault passou a desenvolver uma versão para automóveis, por estímulo de Hartford, nos Estados Unidos. Um ano mais tarde, foi lançada uma versão alternativa deste amortecedor, o Andre Telecontrol (figura 8), utilizando um controle hidráulico para força de compressão, controlando assim o atrito, de acordo com (DIXON, 2007).

Em 1915, Claud Foster inventou o amortecedor de cinta (dry friction block-and-belt snubber), que exercia uma ação frenante somente na fase de distensão dos feixes de molas, ou seja, nos movimentos para cima a suspensão não tem a ação do amortecedor de cinta, conhecido como Gabriello Snubber, como descrito em (DIXON, 2007) (figura 9).

Uma das primeiras formas hidráulicas a contribuir com a evolução dos amortecedores foi a Andrex (figura 10). Conhecido como amortecedor hidráulico de alavanca, é constituído por um corpo cilíndrico cheio de óleo, dentro do qual desliza um êmbolo acionado por um balancim e seu eixo de rotação está montado no braço de comando ligado ao feixe de molas ((DIXON, 2007) e (FONTANA, 2010b)).

O primeiro amortecedor hidráulico a obter sucesso foi desenvolvido em 1906 por Maurice Houdaille (figura 11), conhecido como amortecedor hidráulico de êmbolo rotativo ou Houdaille, constituídos por um corpo cilíndrico dentro do qual gira, com

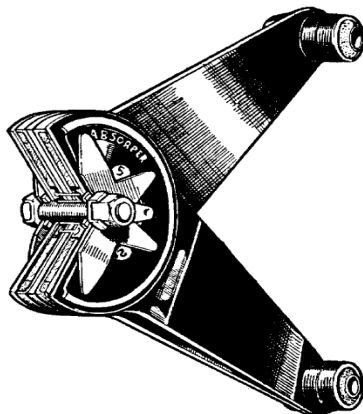


Figura 8 – Amortecedor modelo Andre
Fonte:(DIXON, 2007).

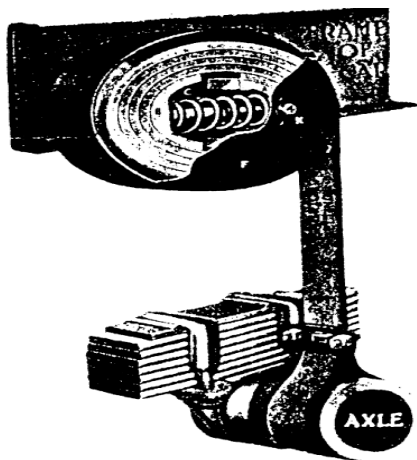


Figura 9 – Amortecedor de cinta
Fonte:(DIXON, 2007).

vedação, um êmbolo rigidamente fixado num braço, que por sua vez é preso ao feixe de molas. O movimento do feixe provoca a rotação do êmbolo imerso em óleo, que funciona como bomba aspirante e compressora. A passagem do óleo é regulada por válvulas que

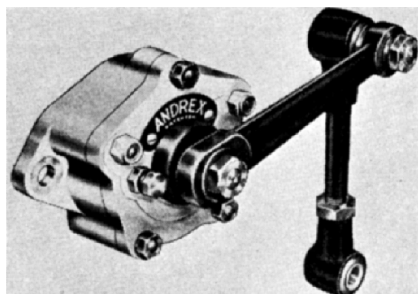


Figura 10 – Amortecedor hidráulico de alavanca

Fonte:(DIXON, 2007).

aumentam o efeito frenante quando o feixe está em extensão ((DIXON, 2007) e (FONTANA, 2010b)).

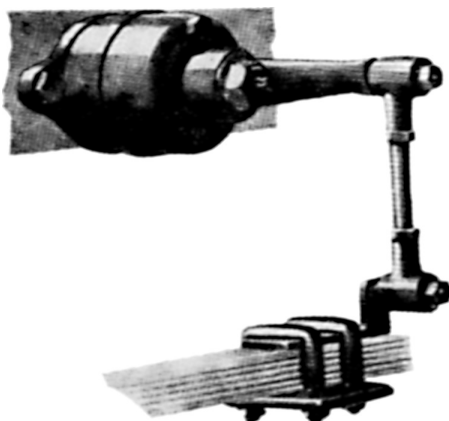


Figura 11 – Amortecedor hidráulico de êmbolo rotativo ou Hodaille

Fonte: (DIXON, 2007).

Em 1925, a Lancia utilizou amortecedores hidráulicos na suspensão dianteira do "Lambda"(figura 12). Este amortecedor hidráulico é incorporado à suspensão dianteira, com corpo cilíndrico fixo, por dentro do qual desliza um êmbolo ligado à parte móvel da suspensão. Quando a mola da suspensão é comprimida, o êmbolo fica livre para subir, pois válvulas automáticas permitem que o óleo passe à câmara inferior. Quando a mola se distende, o êmbolo lança para

cima o óleo e, por meio de uma válvula, impede o seu retorno (FONTANA, 2010b).

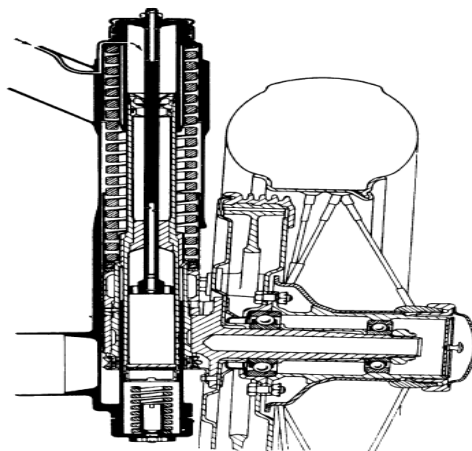


Figura 12 – Amortecedor hidráulico do Lancia
Fonte:(DIXON, 2007)

Os amortecedores hidráulicos telescópicos começaram a se difundir durante a década de 1950, após o sucesso do carro de corrida da Mercedes Benz, que utilizava este modelo. Começou a ser utilizado cada vez mais em automóveis de passageiros e, com o passar dos anos, este amortecedor conseguiu níveis notáveis de eficiência e de duração (DIXON, 2007). É normal que um amortecedor hidráulico funcionando regularmente a frio perca um pouco de sua eficácia a quente ou no verão. Este fenômeno deve-se às variações da viscosidade do óleo quando varia a temperatura, razão pela qual muda consequentemente a característica de resposta do amortecedor às solicitações que sofre. Existem amortecedores dotados de dispositivos para a regulagem do efeito de amortecimento e muitas vezes esta regulagem é feita por parafusos manípulo, não exigindo o desmonte de peças internas ao amortecedor (DIXON, 2007).

Outro amortecedor utilizado é do tipo óleo-pneumático telescópico (figura 13), que é constituído por um sistema cilindro-êmbolo, como nos telescópicos, e uma câmara que contém nitrogênio comprimido (FONTANA, 2010b).

O Citroën 2CV possui um amortecedor diferenciado (figura 14), constituído de um cilindro cheio de óleo, no qual um êmbolo movimenta-

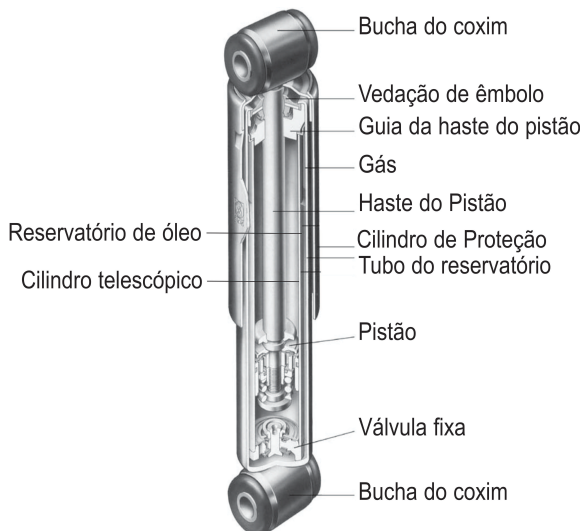


Figura 13 – Amortecedor hidráulico telescópico
 Fonte:(REIMPELL; STOLL; BETZLER, 2001).

se livremente (FONTANA, 2010b).

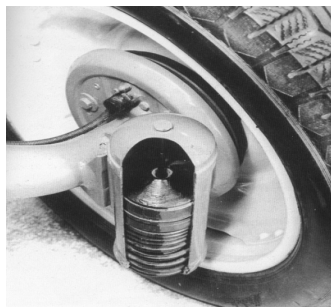


Figura 14 – Amortecedor do Citroën 2CV
 Fonte: (MARSH, 1996).

Os sistemas de suspensões hidropneumáticas (figura 15) consistem em uma quantidade de gás confinado em uma câmara hermeticamente selada que está conectada a um cilindro hidráulico. O cilindro está instalado entre o chassi e o eixo, de forma que o óleo é

bombeado do ou para o cilindro quando o eixo se move e, nos sistemas hydroelastic, os amortecedores constituem-se simplesmente de pequenas válvulas que regulam com precisão a passagem do fluido que conecta a câmara ao cilindro. Conforme o cilindro desloca, o fluido passa pelo orifício, que, por perda de carga, dissipa energia de uma parte para outra do circuito hidráulico (MARSH, 1996).



Figura 15 – Suspensão Hidropneumática
Fonte: (MARSH, 1996).

3.6 AMORTECEDORES E MOLAS ELETROMAGNÉTICOS

Atuadores eletrodinâmicos possuem diversas vantagens quando comparados a atuadores hidráulicos, pneumáticos ou mecânicos. Atuadores elétricos possuem baixo atrito estático e os controles são feitos de forma rápida e eficiente, conseguindo controlar diversos níveis de forças (KARNOPP, 1989).

(KIM et al., 2001) desenvolveram um amortecedor eletromagnético que auxilia o sistema de amortecimento passivo. Este sistema é composto de um ímã permanente e um solenóide, figura 16.

(NAGAYA; SUGIURA, 1995) variaram o valor da constante da mola usando um atuador com ímãs permanentes e solenóides e (TENTOR, 2000) implementou um atuador similar a esse.

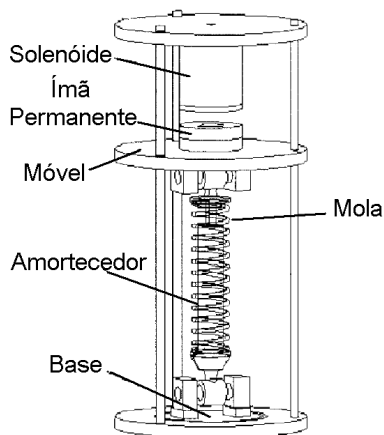


Figura 16 – Amortecedor eletromagnético de (KIM et al., 2001)
Fonte: (KIM et al., 2001).

3.6.1 Amortecedores de fluidos reológicos

Os fluidos reológicos consistem em micro partículas polarizadas dispersas em um fluido base, como silicone ou óleo. Quando o campo elétrico ou magnético (dependendo das características do material) é aplicado no fluido, as partículas se alinham com o campo formando uma corrente e o fluido se torna praticamente sólido em poucos milissegundos, de acordo com (DYKE et al., 1996) (figura 17). Devido a esta característica, este material começou a ser pesquisado na engenharia automotiva em amortecedores, possibilitando o controle da força de amortecimento, conforme a força do campo aplicada. Entretanto, os amortecedores eletro-reológicos (ER) e os magneto-reológicos (MR) só chegaram aos veículos comerciais em torno do ano 2000, como descrito em (DIXON, 2007).

3.6.2 Motor linear

São sistemas de suspensão desenvolvidos para substituir ou auxiliar as molas e os amortecedores dos sistemas passivo. Conforme as correntes nas suas bobinas, o motor linear se comprime ou se

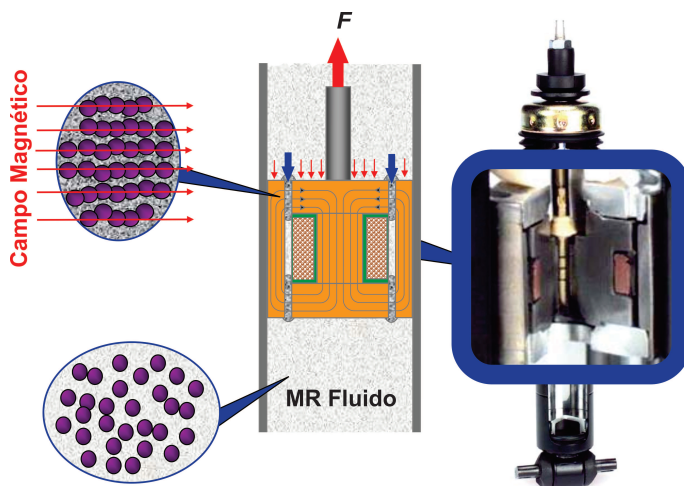


Figura 17 – Amortecedor com fluido reológico
 Fonte: (ALEXANDRIDIS, 2007).

estende, criando o movimento entre a roda e a carroceria do carro. A princípio, estes sistemas não são restritos apenas para atuação semiativa, mas também proveem do completo suporte das massas suspensas do veículo e das propriedades da mola. Porém, esta força estática requer muita energia, como descrito em (KRÜGER; VACULIN; SPIECK, 2004). A aplicação de motores lineares em suspensão vem sendo pesquisada por diversos autores com algumas variações. (PATT, 1985) utilizou motor linear como se fosse uma mola magnética, porém outros autores utilizaram o motor linear como amortecedor. (LEQUESNE et al., 1992), (PAULIDES et al., 2006), (ALLEN, 2008), (GYSEN et al., 2008) e (LEE, 2009) e a Bose corporation, segundo (HAGGAG; ABDEL-AZIZ, 2009), utilizaram um motor linear fazendo a função de amortecimento com o auxílio de uma mola (figura 18).

(MARTINS et al., 2006) fizeram uma comparação matemática entre sistema de suspensão passivo e um sistema com motor linear e mola e a Bose corporation testou o seu sistema de suspensão em alguns veículos (KRÜGER; VACULIN; SPIECK, 2004), figura 19.

(MIRZAEI et al., 2001) criaram um sistema de amortecedor eletromagnético e compararam os seus resultados com um motor linear conectado a uma fonte CC, mostrado na figura 20.

(MARTINS et al., 1999) propuseram um sistema de suspensão

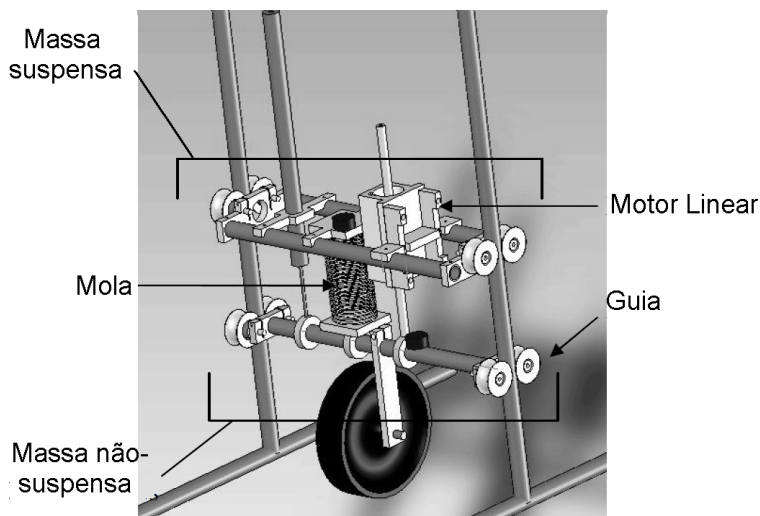


Figura 18 – Sistema de suspensão como um motor linear

Fonte: (ALLEN, 2008).



Figura 19 – À esquerda um carro com suspensão passiva e à direita um carro com o sistema de suspensão da Bose

Fonte: (BOSE, 2010).

híbrido, combinando amortecedores passivos com fluído hidráulico e um eletromagnético atuador. Este sistema pode ser observado na figura 21.

(UMMANENI; NILSSEN; BRENNVALL, 2007) descreveram a análise da força de um atuador de ímã permanente combinado com uma mola pneumática (figura 22).

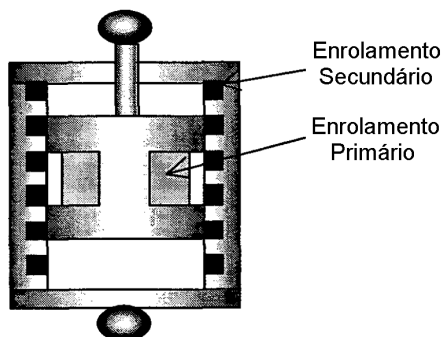


Figura 20 – Amortecedor eletromagnético de (MIRZAEI et al., 2001)
 Fonte: (MIRZAEI et al., 2001).

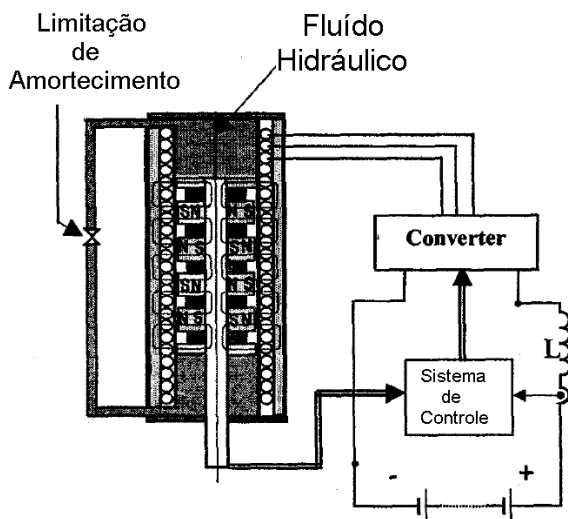


Figura 21 – Amortecedor híbrido de (MARTINS et al., 1999)
 Fonte: (MARTINS et al., 1999).

(GUPTA et al., 2006) descreveram o projeto e implementação de dois amortecedores eletromagnéticos: um baseado em um motor linear e outro baseado em um motor CC rotatório, constituído por um pequeno motor CC ligado a um braço mecânico por um sistema de engrenagens

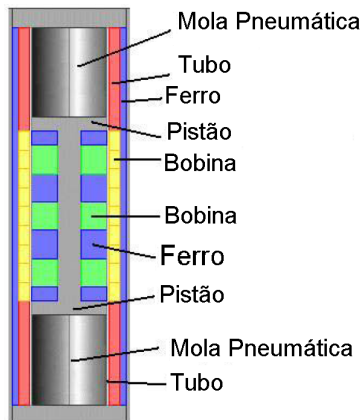


Figura 22 – Amortecedor de (Ummaneni et al., 2007)

Fonte: (UMMANENI; NILSEN; BRENNVALL, 2007).

(figura 23).

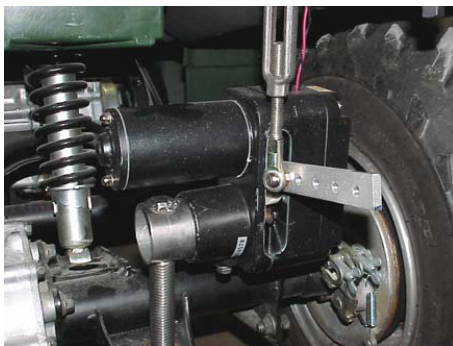


Figura 23 – Amortecedor eletromagnético com um motor CC rotatório

Fonte: (GUPTA et al., 2006).

(KAWAMOTO et al., 2007) propuseram um amortecedor magnético utilizando um motor CC com engrenagens planetárias e um fuso de esferas para converter o movimento transversal das vibrações entre a carroceria e as rodas para o movimento rotacional do motor CC. Este amortecedor é mostrado na figura 24.

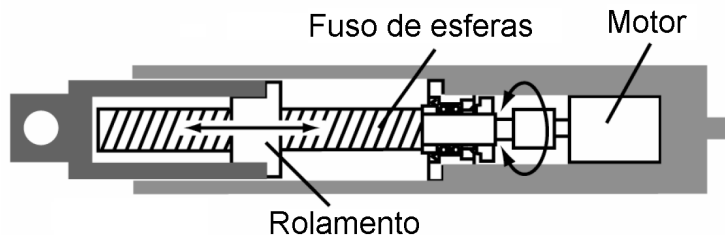


Figura 24 – Amortecedor magnético de (KAWAMOTO et al., 2007)

Fonte: (KAWAMOTO et al., 2007)

3.6.3 Amortecedores de correntes induzidas

As correntes induzidas (correntes de Foucault) são causadas pelo movimento de um condutor em um campo estático ou pela variação da intensidade do campo magnético. Quando as correntes induzidas são geradas, cria-se uma força de repulsão que é proporcional à velocidade relativa do campo e do condutor, comportando-se como um amortecedor passivo (EBRAHIMI, 2009).

(GRAVES; TONCICH; IOVENITTI, 2000) apresentaram uma representação matemática para amortecedores de correntes induzidas, baseados na força eletromotriz. (SODANO, 2005) projetou um sistema de amortecedor de corrente induzida, que utiliza dois ímãs permanentes com magnetização oposta para gerar o efeito de amortecimento. (BAE et al., 2009) investigaram analiticamente e experimentalmente as características do amortecimento de correntes induzidas, quando um ímã permanente é colocado dentro de um tubo de material condutor. (CHENG; OH, 2009) estudou um amortecedor de correntes induzidas com um atuador eletromagnético. (EBRAHIMI, 2009) estudou a viabilidade da utilização do efeito de amortecimento das correntes induzidas como um amortecedor passivo de veículos e desenvolveu um sistema de mola e amortecedor baseado no fenômeno de amortecimento das correntes induzidas (figura 25).

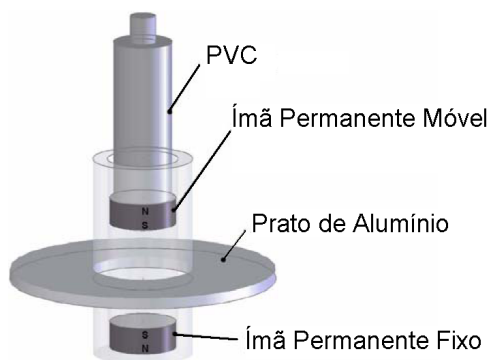


Figura 25 – Amortecedor magnético de corrente induzida de (EBRAHIMI, 2009)

Fonte: (EBRAHIMI, 2009)

4 PROJETO

Os veículos são sistemas mecânicos que se locomovem sobre superfícies sujeitas a irregularidades, sendo estas as principais fontes de vibrações e ruídos da estrutura quanto ao deslocamento. Além da pista, existem outras fontes de geração de vibrações e ruídos em automóveis, podendo-se citar: os pneus, sistema de transmissão, motor e aerodinâmica, (NICOLAZZI; ROSA; LEAL, 2008).

Para diminuir as vibrações e ruídos, os automóveis utilizam um sistema de suspensão que é projetado de modo a atenuar as forças aplicadas ao veículo de acordo com as irregularidades da superfície, bem como aumentar o conforto dos ocupantes e aumentar a estabilidade.

Sem as molas e os amortecedores, que permitem a movimentação controlada do sistema, o desconforto seria muito grande, principalmente em pistas irregulares. Isso sem falar na vida útil do veículo, que diminuiria muito com os fortes impactos sofridos.

O projeto da suspensão consiste em criar um modelo eletromagnético que substitua alguns componentes de uma suspensão convencional passiva. A análise inicia na identificação das forças geradas pelos componentes da suspensão passiva: as forças geradas pelas molas, que possuem as funções de sustentação e de resistir às forças geradas ao veículo devido ao relevo do terreno, e as forças dos amortecedores de resistir à velocidade imposta pelas forças geradas ao veículo.

4.1 DESENVOLVIMENTO DA SUSPENSÃO

A maior dificuldade no projeto da suspensão é a elaboração de uma estrutura eletromagnética que substitua uma suspensão mecânica. Para evitar a construção de estruturas inadequadas e pouco seguras, foi utilizado o software de simulação de campos EFCAD, que foi desenvolvido pelo GRUCAD (Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos), do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC. Foram analisadas diversas estruturas até encontrar uma que atingisse os objetivos. Sem o EFCAD isso não seria possível, pois ele fornece com rapidez os resultados da análise numérica da estrutura.

4.1.1 EFCAD

O EFCAD é um sistema moderno, com uma interface gráfica simples, que comporta setores de pré-processamento para uma entrada dos dados e um setor de pós-processamento onde os resultados são tratados de forma abrangente e simples. O EFCAD resolve equações diferenciais (Laplace, Poisson) relacionadas aos fenômenos eletromagnéticos e térmicos usando o Método de Elementos Finitos, (GRUCAD, 2002).

O Método de Elementos finitos é uma ferramenta de grande flexibilidade e eficiência em problemas de difusão de campos. Para aplicar este método, o domínio de estudo da estrutura analisada tem que ser discretizado, ou seja, dividido em pequenas parcelas denominadas de elementos finitos (BASTOS, 2008).

A arquitetura do software EFCAD é dividida em três partes:

1. Pré-Processador: são os programas utilizados para desenhar as estruturas e definir os materiais, as fontes e a malha (EFD, EFM e EFR).
2. Solver: são programas utilizados para calcular as estruturas (EFCS, EFCC, EFCJ, EFCT, EFCV, EFCTS e EFCTT).
3. Pós-Processador: são programas para visualizar os resultados (EFGN).

Os programas utilizados no projeto da suspensão foram:

- EFP: é um programa que tem o objetivo de formar um arquivo residente com as características físicas do meio utilizado na estrutura, podendo adicionar ou editar materiais com propriedades magnéticas como: permissividades, permeabilidades e curvas B (H).
- EFR: é um programa utilizado para descrever estrutura fisicamente regular. Sua descrição geométrica pode ser realizada por uma malha regular, usando o Método dos Elementos Finitos. A malha de elementos finitos gerada por este programa tem apenas elementos quadriláterais, que normalmente fornecem resultados muito precisos (figura 28);
- EFCS: é um programa que resolve cálculos de campos eletromagnéticos estáticos com o Método dos Elementos Finitos;

- EFGN: Onde os resultados são tratados e visualizados graficamente ou numericamente (figura 29).

O EFCAD é um programa 2D que calcula estruturas tridimensionais com simetria axial, ou seja, estruturas que possuem uma simetria de revolução e não possuem variações geométricas na direção perpendicular da sua seção transversal. (GRUCAD, 2002)

Como a estrutura da suspensão está em coordenadas cilíndricas, não possui variação em θ , esta análise pode ser vista na figura 26.

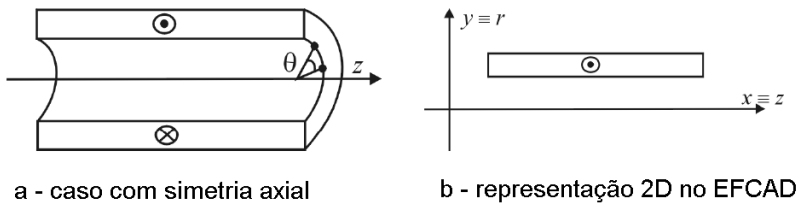


Figura 26 – Aplicações com simetria axial no EFCAD (GRUCAD, 2002).

No início do trabalho a estrutura projetada era composta de uma haste de material ferromagnético que se deslocava dentro de um conjunto de ímãs permanentes, essas estruturas foram analisadas no EFCAD e notou-se que o campo magnético dos ímãs permanentes não era aproveitado adequadamente, resultando em uma força magnética menor do que a requeria, de 1KN, necessária para sustentação do veículo. Outras estruturas projetadas no EFCAD, eram compostas de um tubo de material ferromagnético e uma bobina externa a ele. Nestas estruturas o ímã se deslocava dentro do tubo de material ferromagnético. Com este tipo de estruturas foi possível atingir a força necessária para a sustentação do veículo. O inconveniente era que a força magnética diminuía conforme o deslocamento do ímã permanente e desta forma não eram atendidos os requisitos de projeto.

Após a análise de diversas estruturas com o programa EFCAD, escolheu-se utilizar a estrutura da figura 27, que mais se aproximou das forças geradas por uma suspensão passiva. Calculou-se as forças eletromagnéticas da estrutura variando a posição do ímã central, simulando o deslocamento da suspensão, utilizando o programa EFCAD, conforme as figuras 28 e 29.

A estrutura escolhida é composta por duas partes, conforme a

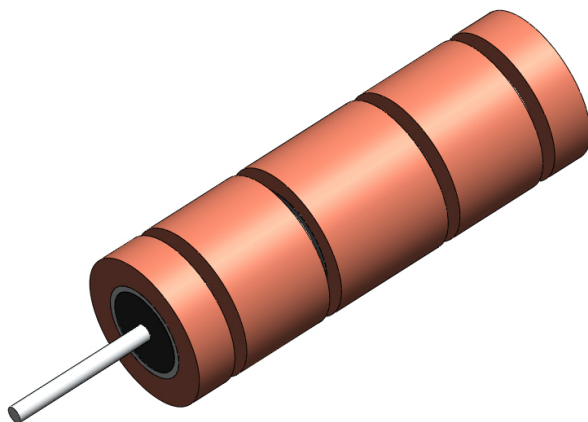


Figura 27 – Modelo da suspensão

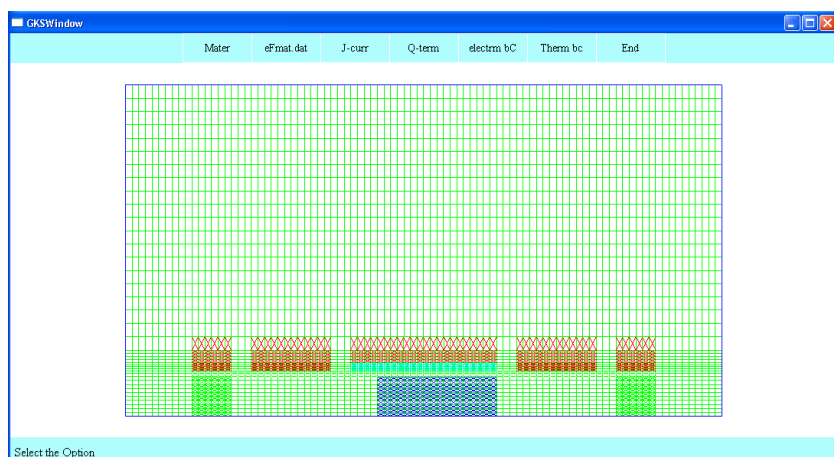


Figura 28 – Malha de domínio da estrutura calculada no programa EFCAD

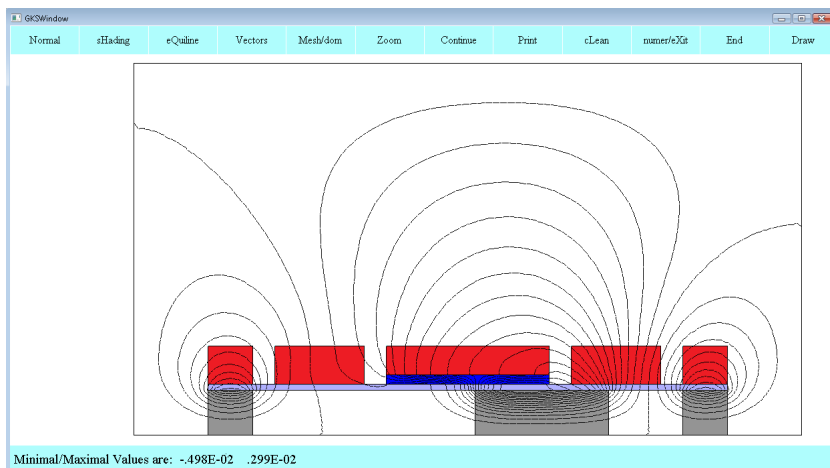


Figura 29 – Linhas de fluxo magnético na estrutura calculada no programa EFCAD

figura 30. A primeira parte é composta por um ímã permanente de neodímio-ferro-boro e uma haste de material paramagnético com alta resistência mecânica. Esta parte é fixada na carroceria do veículo. A segunda parte é composta por um tubo de material paramagnético (exemplo o alumínio), dois ímãs permanentes de neodímio-ferro-boro, cinco solenóides e um tubo de material ferromagnético. Esta parte é fixada na balança do veículo. A haste e o tubo são de material paramagnético para não interferirem nas forças da estrutura projetada. A permeabilidade magnética desses materiais são próxima da permeabilidade magnética do ar, pois os efeitos práticos do paramagnetismo são, geralmente, desprezíveis (BASTOS, 2008).

A suspensão eletromagnética atua de acordo com o desnível do terreno, que movimenta o ímã central, enquanto os outros dois ímãs se opõem ao movimento com o auxílio de cinco solenóides. O tubo de material ferromagnético do centro da estrutura tem o objetivo de sustentar o veículo, evitando gastos excessivos de energia (figura 31).

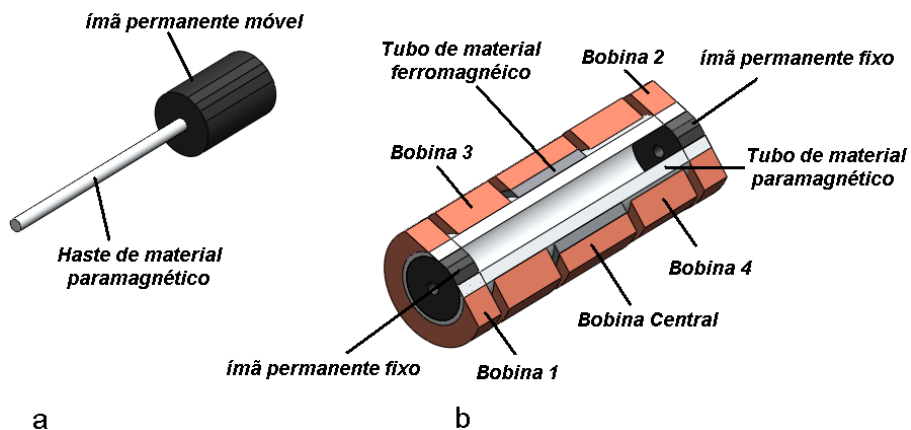


Figura 30 – Corte do Modelo da suspensão (partes)

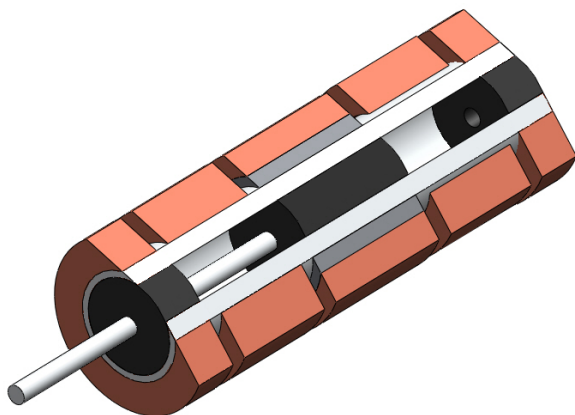


Figura 31 – Corte do Modelo da suspensão

5 MODELAGEM DO SISTEMA

A suspensão proposta parte do princípio do funcionamento de uma suspensão passiva, que é composta pelo conjunto de massa, mola e amortecedor.

O veículo é dividido em massas suspensas (chassi, carroceria, carga, motor, etc.) e massas não-suspensas (eixos, rodas, partes da direção, etc). A análise da suspensão começa a partir das leis de Newton, por meio da análise estática do veículo com a suspensão magnética. Conforme a primeira lei de Newton, todo corpo continua em seu estado de repouso, a menos que seja forçado a mudar o seu estado por forças aplicadas sobre ele. Para o veículo se manter em repouso no sistema de suspensão, é necessário aplicar uma força contrária ao peso das massas suspensas. Nos sistemas passivos, a sustentação das massas suspensas do veículo é feita por uma força exercida pela mola. Esta força é contrária à força gerada.

No modelo eletromagnético proposto neste trabalho, esta força é exercida pelo somatório da força de atração entre o ímã permanente central da suspensão e o tubo de material ferromagnético, com a força de repulsão entre o ímã central e os outros ímãs da suspensão.

A dinâmica da estrutura é modelada de acordo com a segunda lei de Newton, em que o somatório das forças externas atuando no corpo é igual ao produto da massa pela aceleração na direção da força aplicada (GILLESPIE, 1992),

$$\sum F_{ap} = M_v \ddot{z} \quad (5.1)$$

sendo F_{ap} a força aplicada de acordo ao relevo do terreno, M_v a massa do veículo e \ddot{z} aceleração.

A mola é um componente da suspensão mecânica que resiste à força aplicada pelo relevo ao veículo por intermédio de sua compressão ou extensão. A força da mola é dada conforme a lei de Hooke, em que o sinal negativo indica que as forças exercidas pela mola sempre opõem-se ao deslocamento. Esta força é substituída no modelo eletromagnético pelo somatório das forças de repulsão entre o ímã central com os outros ímãs da suspensão eletromagnética,

$$F = -K(z_2 - z_1) \quad (5.2)$$

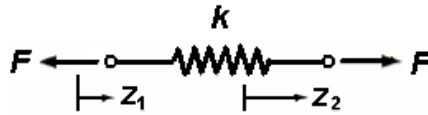


Figura 32 – Modelo de uma Mola

sendo K a constante elástica da mola (N/m).

O amortecedor é um componente da suspensão que dissipa a energia e é responsável por opor resistência à velocidade imposta pela força aplicada, isto é, quanto mais rápido for o movimento a que forem sujeitos, mais resistência oferecem a esse movimento. No modelo eletromagnético ele é substituído pelos solenóides, a partir de sua força de atração e repulsão ao ímã central da estrutura.

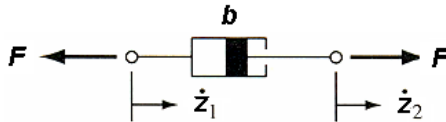


Figura 33 – Modelo de um Amortecedor

$$F = b(\dot{z}_2 - \dot{z}_1), \quad (5.3)$$

sendo b o coeficiente de atrito viscoso (N/m).

Segundo (NICOLAZZI; ROSA; LEAL, 2008), uma análise dinâmica preliminar de um veículo pode ser feita com um modelo da quarta parte do conjunto (figura 34). Neste modelo, o veículo é dividido em quatro partes, sendo cada parte associada a uma roda do veículo.

Conforme descrito em (POPP, 2010), os princípios fundamentais de uma suspensão veicular podem ser completamente estudados por um modelo vertical com dois graus de liberdade. No entanto, para uma análise direcionada ao sistema da suspensão projetado neste trabalho, será utilizado apenas o modelo de um grau de liberdade, desconsiderando as variáveis geradas pelo pneu.

Logo, o modelo matemático para suspensão mecânica fica:

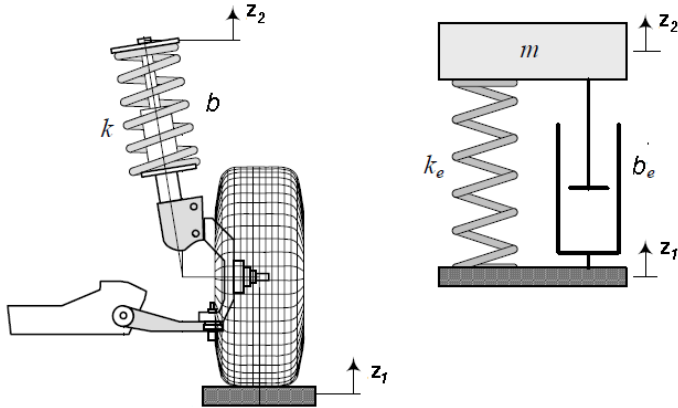


Figura 34 – Modelo de 1/4 de veículo
Fonte: (JAZAR, 2008).

$$M\ddot{z}(t) + C\dot{z}(t) + Kz(t) = F_{ap} \quad (5.4)$$

Com este modelo, é possível avaliar o sistema da suspensão em relação ao conforto e aos esforços transmitidos à carroceria.

5.1 FORÇA DA MOLA

A força gerada pela mola é substituída pelo somatório das forças de repulsão entre os ímãs da suspensão eletromagnética, cuja força de sustentação é atribuída à força de atração do ímã com o tubo ferromagnético.

5.1.1 Força de repulsão entre os ímãs

Para o cálculo da força de repulsão entre os ímãs, foi considerado cada ímã permanente como duas cargas magnéticas, uma positiva e outra negativa (FURLANI, 2001).

A transformação dos ímãs permanentes em cargas magnéticas é feita a partir das equações da magnetostática. Segundo a lei de Ampère,

um campo magnético para uma região sem corrente é dado pela equação 5.5.

$$\nabla \times \vec{H} = 0, \quad (5.5)$$

sendo \vec{H} o campo magnético (A/m).

Sabe-se que:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (5.6)$$

sendo \vec{B} a indução magnética (T).

Um campo cujo rotacional é nulo em todos os pontos do espaço denomina-se irrotacional. Segundo o Teorema de Helmholtz: um vetor irrotacional pode ser escrito como o gradiente de uma função escalar, se o campo \vec{H} se anula no infinito, assim:

$$\vec{H} = -\nabla\varphi \quad (5.7)$$

sendo φ o potencial escalar.

Por outro lado, tem-se

$$\vec{B} = \mu_o(\vec{H} + \vec{M}), \quad (5.8)$$

sendo μ_o a permeabilidade magnética no ar (H/m) e \vec{M} a magnetização (A/m).

Substituindo as equações 5.7 e 5.8 na equação 5.6, é obtida a seguinte equação para o potencial escalar:

$$\nabla^2\varphi = \nabla \cdot \vec{M}, \quad (5.9)$$

sendo ∇^2 o Laplaciano.

Neste trabalho a equação do potencial escalar (também conhecida equação de Poisson) foi resolvida utilizando a função de Green para o espaço livre, pois permite modelar o deslocamento das cargas. Considerou-se o Laplaciano ∇^2 como operador linear, $\nabla \cdot \vec{M}$

como função fonte e φ como a função incógnita da função de Green. Logo tem-se:

$$\nabla^2 G(x, x') = \delta(x - x'), \quad (5.10)$$

sendo $G(x, x')$ a função de Green e $\delta(x - x')$ a função de delta de Dirac.

A solução da equação 5.10 é dada pela equação 5.11, ou seja,

$$\varphi(x) = \int G(x, x') \nabla' \cdot M(x') dv' \quad (5.11)$$

Pode-se verificar esta afirmação aplicando o laplaciano na equação 5.11 ((FLEMING, 2010) e anexo A).

$$\nabla^2 \varphi(x) = \int \nabla^2 G(x, x') \nabla' \cdot M(x') dv' \quad (5.12)$$

Substituindo a equação 5.10 na equação 5.12, tem-se:

$$\nabla^2 \varphi(x) = \int \delta(x - x') \nabla' \cdot M(x') dv' \quad (5.13)$$

Conforme descrito em (AGUIAR, 2010), a função de delta de Dirac é definida sendo nula para todo $x \neq 0$ e seu valor em zero é tão grande que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x') dv' = 1 \quad (5.14)$$

Esta função possui uma propriedade conhecida como propriedade da filtragem, em que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x - a) dv = f(a) \quad (5.15)$$

Aplicando a propriedade da filtragem da função de delta de Dirac na equação 5.12, prova-se que a equação 5.11 é solução da equação 5.10:

$$\nabla^2 \varphi(x) = \nabla \cdot M \quad (5.16)$$

A função de Green ($G(x, x')$) para problemas em 3D (FURLANI, 2001) é dada por:

$$G(x - x') = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{|x - x'|} \quad (5.17)$$

Substituindo a equação 5.17 na equação 5.11, tem-se que:

$$\varphi(x) = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{1}{|x - x'|} \nabla' \cdot M(x') dv' \quad (5.18)$$

sendo x o ponto de observação e x' o ponto observado.

Se M é confinado em um volume v , de permeabilidade μ_o , seu valor cai bruscamente para zero fora do volume (FURLANI, 2001), tornando a equação 5.18 como:

$$\varphi(x) = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{1}{|x - x'|} \nabla' \cdot M(x') dv' + \frac{1}{4\pi} \oint \frac{1}{|x - x'|} M(x') \cdot \hat{n} ds', \quad (5.19)$$

sendo s a superfície que limita v e \hat{n} o vetor unitário ortogonal à superfície.

A densidade de carga superficial é definida pela equação 5.20 e a volumétrica pela equação 5.21, como sugerido em (FURLANI, 2001),

$$\rho_m = -\nabla \cdot M, \quad (5.20)$$

$$\sigma_m = M \cdot \hat{n} = \pm M_s, \quad (5.21)$$

sendo ρ_m a densidade de carga volumétrica, σ_m a densidade de carga superficial e M_s a magnetização de saturação.

Um ímã uniformemente magnetizado não possui divergente, assim $\rho_m = 0$ em todo o seu volume (HAUS; MELCHER, 1989). Logo, tem-se que:

$$\varphi(x) = \frac{1}{4\pi} \oint \frac{1}{|x - x'|} \sigma_m ds' \quad (5.22)$$

Substituindo 5.22 em 5.7, tem-se:

$$H = -\nabla \frac{1}{4\pi} \oint \frac{\sigma_m}{|x - x'|} ds' \quad (5.23)$$

Deste modo, como:

$$B = \mu_o H \quad (5.24)$$

tem-se:

$$B = -\frac{\mu_o \nabla}{4\pi} \oint \frac{\sigma_m}{|x - x'|} ds' \quad (5.25)$$

Por outro lado,

$$\nabla \frac{1}{|x - x'|} = -\frac{(x - x')}{|x - x'|^3} \quad (5.26)$$

Substituindo a equação 5.26 na equação 5.25, obteve-se a seguinte expressão para a indução magnética gerada por uma carga magnética:

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \oint \frac{\sigma_m (x - x')}{|x - x'|^3} ds' \quad (5.27)$$

Agora é calculada a força sobre as cargas magnéticas. Este cálculo é realizado pela "lei de Lorentz" (BASTOS, 2008), dada por:

$$\vec{F} = \int \vec{J} \times \vec{B} dv \quad (5.28)$$

Analisando a força como cargas, de acordo com (FURLANI, 2001), tem-se que:

$$\begin{aligned} F &= \int J_m \times B_{ext} dv + \oint j_m \times B_{ext} ds \\ &= \int (\nabla \times M) \times B_{ext} dv + \oint (M \times \hat{n}) \times B_{ext} ds, \end{aligned} \quad (5.29)$$

sendo J_m a densidade de corrente (A/m^2) e j_m a densidade linear de corrente (A/m).

Aplicando a identidade vetorial (FURLANI, 2001):

$$\begin{aligned} \int (\nabla \times M) \times B_{ext} dv - \oint (\hat{n} \times M) \times B_{ext} ds &= \int (M \cdot \nabla) B_{ext} dv \\ &+ \int M \times (\nabla \times B_{ext}) - M(\nabla \cdot B_{ext}) dv, \end{aligned} \quad (5.30)$$

obtém-se

$$F = \int (M \cdot \nabla) B_{ext} dv + \int M \times (\nabla \times B_{ext}) - M(\nabla \cdot B_{ext}) dv, \quad (5.31)$$

Sabe-se que $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ e sendo que \vec{M} independe das coordenadas, a distribuição de corrente $\nabla \times \vec{B} = 0$, (FONTANA, 2010a), ou seja, a fonte de B_{ext} não cobre a região ocupada por M , (FURLANI, 2001), assim tem-se que:

$$F = \int (M \cdot \nabla) B_{ext} dv \quad (5.32)$$

Aplicando a identidade vetorial (FURLANI, 2001):

$$\int (M \cdot \nabla) B_{ext} dv = \int (\nabla \cdot M) B_{ext} dv + \oint (\hat{n} \cdot M) B_{ext} ds, \quad (5.33)$$

tem-se que:

$$F = - \int (\nabla \cdot M) B_{ext} dv + \oint (\hat{n} \cdot M) B_{ext} ds \quad (5.34)$$

De acordo com as equações 5.20 e 5.21, foi reescrita a equação 5.34 da seguinte maneira:

$$F = \int \rho_m B_{ext} dv + \oint \sigma_m B_{ext} ds \quad (5.35)$$

Como se está calculando a força entre dois ímãs uniformemente magnetizados, tem-se que $\rho_m = 0$ por todo o volume (HAUS; MELCHER, 1989). Logo, a equação 5.35 pode ser reescrita como:

$$F = \oint \sigma_m B_{ext} ds \quad (5.36)$$

Substituindo 5.27 em 5.36, tem-se:

$$F = \frac{\mu_o \sigma_m^2}{4\pi} \oint \oint \frac{(x - x')}{|x - x'|^3} ds' ds \quad (5.37)$$

O próximo passo é transformação de coordenadas. Foram transformadas de coordenadas cartesianas para coordenadas cilíndricas.

A conversão das coordenadas cilíndricas é realizada a partir da observação da figura 35, deduzindo que:

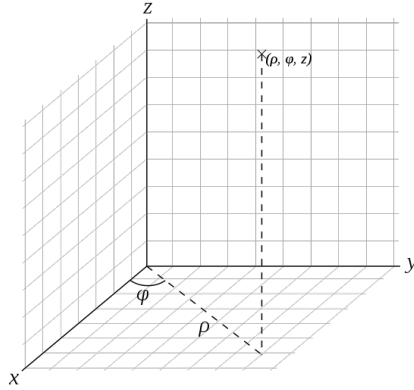


Figura 35 – Coordenadas cilíndricas

$$\begin{cases} \cos(\varphi) = \frac{x}{\rho} \Rightarrow x = \rho \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) = \frac{y}{\rho} \Rightarrow y = \rho \sin(\varphi) \\ z = z \end{cases} \quad (5.38)$$

Os pontos P_1 e P_2 são transformados em vetores cartesianos:

$$\begin{cases} x = \rho_1 \cos(\varphi_1) \hat{x} + \rho_1 \sin(\varphi_1) \hat{y} + z_1 \hat{z} \\ x' = \rho_2 \cos(\varphi_2) \hat{x} + \rho_2 \sin(\varphi_2) \hat{y} + z_2 \hat{z} \end{cases} \quad (5.39)$$

Calculando $|x - x'|$, tem-se:

$$|x - x'| = \sqrt{(\rho_1 \cos(\varphi_1) - \rho_2 \cos(\varphi_2))^2 + (\rho_1 \sin(\varphi_1) - \rho_2 \sin(\varphi_2))^2 + (z_1 - z_2)^2} \quad (5.40)$$

$$\begin{aligned} &= \left(\rho_1^2 \cos^2(\varphi_1) + \rho_2^2 \cos^2(\varphi_2) - 2\rho_1 \cos(\varphi_1) \rho_2 \cos(\varphi_2) + \rho_1^2 \sin^2(\varphi_1) \right. \\ &\quad \left. + \rho_2^2 \sin^2(\varphi_2) - 2\rho_1 \sin(\varphi_1) \rho_2 \sin(\varphi_2) + (z_1 - z_2)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Na qual encontra-se:

$$|x - x'| = \left(\rho_1^2(\text{sen}^2(\varphi_1) + \cos^2(\varphi_1)) + \rho_2^2(\text{sen}^2(\varphi_2) + \cos^2(\varphi_2)) - 2\rho_1\rho_2(\text{sen}(\varphi_1)\text{sen}(\varphi_2) + \cos(\varphi_1)\cos(\varphi_2)) + (z_1 - z_2)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.41)$$

Aplicando as identidades (5.42):

$$\begin{cases} \text{sen}^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1 \\ \cos(\theta_1 - \theta_2) = \cos(\theta_1)\cos(\theta_2) + \text{sen}(\theta_1)\text{sen}(\theta_2), \end{cases} \quad (5.42)$$

obtem-se:

$$|x - x'| = \sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z_1 - z_2)^2} \quad (5.43)$$

Calculando $(x - x')$:

$$\begin{aligned} (x - x') &= \rho_1\cos(\varphi_1)\hat{x} + \rho_1\text{sen}(\varphi_1)\hat{y} + z_1\hat{z} - (\rho_2\cos(\varphi_2)\hat{x} \\ &\quad + \rho_2\text{sen}(\varphi_2)\hat{y} + z_2\hat{z}) \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$\begin{aligned} (x - x') &= (\rho_1\cos(\varphi_1) - \rho_2\cos(\varphi_2))\hat{x} + (\rho_1\text{sen}(\varphi_1) \\ &\quad - \rho_2\text{sen}(\varphi_2))\hat{y} + (z_1 - z_2)\hat{z} \end{aligned} \quad (5.45)$$

Foram utilizados unicamente os valores em \hat{z} , pois devido aos ímãs serem concêntricos as contribuições em \hat{x} e em \hat{y} se anularam, (MACHADO, 2002).

Foi encontrada assim a fórmula da força entre duas cargas magnéticas. Substituindo está fórmula na equação 5.37, tem-se:

$$F = \frac{\mu_o\sigma_m^2}{4\pi} \oint \oint \frac{(z_1 - z_2)}{(\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z_1 - z_2)^2})^3} ds' ds \quad (5.46)$$

Substituindo a equação 5.21 na equação 5.46:

$$F = \frac{\mu_o M_s^2}{4\pi} \oint \oint \frac{(z_1 - z_2)}{(\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1 \rho_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z_1 - z_2)^2})^3} ds' ds \quad (5.47)$$

em que:

$$M_s = \frac{Br}{\mu_o} \quad (5.48)$$

sendo Br a indução remanente do ímã permanente.

A estrutura da suspensão possui três ímãs. Um central, que equivale a duas cargas magnéticas, separadas por uma distância l , e outros dois ímãs, sendo que cada um equivale a duas cargas magnéticas separadas por uma distância h . Estes ímãs estão posicionados na estrutura da suspensão, de modo que se opõem ao movimento do ímã central, ou seja, repelindo o ímã central para a parte central da estrutura, gerando assim duas forças de repulsão. O cálculo de cada força de repulsão é similar, pois as estruturas são simétricas. Calculou-se cada força em separado. Aplicou-se a equação 5.47 na estrutura da suspensão, conforme a figura 36:

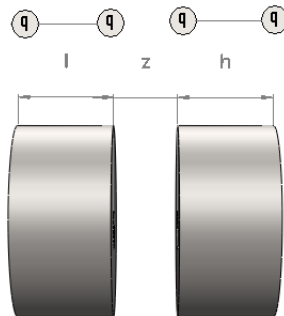


Figura 36 – Ímã equivalente a duas cargas magnéticas

Foram consideradas as forças de repulsão entre as cargas como positiva e as forças de atração como negativa para a estrutura da suspensão. Portanto, as cargas internas possuem o mesmo pólo e as externas opostos a estes. Este processo gera quatro forças entre dois

ímãs, duas de repulsão e duas de atração. A primeira força calculada é entre as duas cargas internas, que estão separadas por uma distância z . Estas duas cargas geram uma força de repulsão entre elas, que será considerada positiva, conforme a equação 5.49.

$$F(z) = \frac{\mu_o \left(\frac{Br}{\mu_o} \right)^2}{4\pi} \oint \oint \frac{z}{(\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z)^2})^3} ds' ds \quad (5.49)$$

A próxima força calculada é entre as cargas que estão separadas pela distância $z + l$, conforme a figura 36. Essas duas cargas geram uma força de atração entre elas, que será considerada negativa para estrutura, obtendo-se assim a equação 5.50.

$$F(z) = \frac{\mu_o \left(\frac{Br}{\mu_o} \right)^2}{4\pi} \oint \oint - \frac{z + l}{(\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z+l)^2})^3} ds' ds \quad (5.50)$$

As cargas externas estão separadas por uma distância $z + l + h$. Estas duas cargas geram uma força de repulsão de acordo a equação 5.51.

$$F(z) = \frac{\mu_o \left(\frac{Br}{\mu_o} \right)^2}{4\pi} \oint \oint \frac{z + l + h}{(\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z+l+h)^2})^3} ds' ds \quad (5.51)$$

O cálculo da última força gerada por esses ímãs é dado pelas cargas cuja distância é $z + h$, gerando uma força de repulsão conforme a equação 5.52.

$$F(z) = \frac{\mu_o \left(\frac{Br}{\mu_o} \right)^2}{4\pi} \oint \oint \frac{z + h}{(\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z+h)^2})^3} ds' ds \quad (5.52)$$

Logo, a força total gerada entre dois ímãs é representada pela equação 5.53.

$$\begin{aligned}
F(z) = & \frac{\mu_o \left(\frac{Br}{\mu_o} \right)^2}{4\pi} \int_0^{0.03} \int_0^{2\pi} \int_0^{0.03} \int_0^{2\pi} \frac{(z)}{(\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z)^2})^3} \\
& - \frac{(z+l)}{(\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z+l)^2})^3} + \frac{(z+l+h)}{(\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z+l+h)^2})^3} \\
& - \frac{(z+h)}{(\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z+h)^2})^3} \rho_1 d\varphi_1 d\rho_1 \rho_2 d\varphi_2 d\rho_2 \quad (5.53)
\end{aligned}$$

5.2 FORÇA DO AMORTECEDOR

A força de amortecimento da suspensão mecânica é substituída pela força gerada pelo solenóide central da estrutura, que altera a força de atração entre o ímã e o tubo ferromagnético, mais as forças geradas pelos outros solenóides da estrutura da suspensão eletromagnética em relação ao ímã central. A força dos solenóides é a ação de controle na estrutura, que altera a rigidez da suspensão.

5.2.1 Força gerada pelos solenóides em relação ao ímã

A força gerada pelos solenóides em relação ao ímã central (figura 37) é calculada de acordo com o motor linear (MURPHY, 2003), seguindo o mesmo princípio dos cálculos apresentados em 5.1.1, utilizando a equação 5.28 da força de Lorentz.

Sendo:

$$\vec{F} = \int \vec{J} \times \vec{B} dv$$

Resolveu-se JxB na equação força de Lorentz:

$$\vec{J} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\phi} & \hat{z} \\ J_r & J_\phi & J_z \\ B_r & B_\phi & B_z \end{vmatrix} \quad (5.54)$$

Na qual:

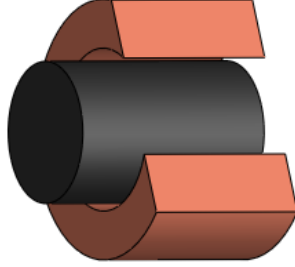


Figura 37 – Força entre um Ímã e uma solenóide

$$\vec{J} \times \vec{B} = (J_\phi B_z - J_z B_\phi) \hat{r} + (J_z B_r - J_r B_z) \hat{\phi} + (J_r B_\phi - J_\phi B_r) \hat{z} \quad (5.55)$$

Logo, como $\vec{F} = \int \vec{J} \times \vec{B} dv$, é obtido:

$$F = \int (J_\phi B_z - J_z B_\phi) \hat{r} + (J_z B_r - J_r B_z) \hat{\phi} + (J_r B_\phi - J_\phi B_r) \hat{z} dv \quad (5.56)$$

Devido à simetria da estrutura, o fluxo da corrente reduz para J_ϕ (MURPHY, 2003), logo a equação 5.56 fica:

$$\vec{F} = \int (-J_\phi B_r) \hat{z} + (J_\phi B_z) \hat{r} dv \quad (5.57)$$

Como o ímã da estrutura da suspensão é concêntrico com o solenóide, a componente r da força se cancela. Portanto, a força será apenas na direção de z . Assim, tem-se:

$$F = \int (-J_\phi B_r) dv, \quad (5.58)$$

sendo J_ϕ a densidade de corrente do solenóide e B_r a componente r do campo magnético gerado pelo ímã permanente (equação 5.25).

Substituindo a equação 5.25 na equação 5.58, obtém-se :

$$F = \int J_\phi \frac{\mu_o \nabla}{4\pi} \oint \frac{\sigma_m}{|x - x'|} ds' dv \quad (5.59)$$

Tem-se, com a substituição da equação 5.43 na equação 5.59, que:

$$F = J_\phi \frac{\mu_o}{4\pi} \int \nabla \oint \frac{\sigma_m}{\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z_1 - z_2)^2}} ds' dv \quad (5.60)$$

Sabe-se que o ∇ em coordenadas cilíndricas é:

$$\nabla = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat{\phi}}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} \quad (5.61)$$

Logo:

$$F = \frac{J_\phi \mu_o}{4\pi} \int \frac{\partial}{\partial \rho_2} \oint \frac{\sigma_m}{\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z_1 - z_2)^2}} ds' dv, \quad (5.62)$$

pois a indução magnética só ocorre na componente r .

Substituindo 5.21 em 5.62, obtém-se:

$$F = \frac{J_\phi B_r}{4\pi} \int \frac{\partial}{\partial \rho_2} \oint \frac{M_s}{\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z_1 - z_2)^2}} ds' dv \quad (5.63)$$

Substituindo a equação 5.48 na equação 5.63, tem-se:

$$F = \frac{J_\phi B_r}{4\pi} \int \frac{\partial}{\partial \rho_2} \oint \frac{1}{\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (z_1 - z_2)^2}} ds' dv, \quad (5.64)$$

sendo que z_1 varia de $-l/2$ até $+l/2$ e z_2 varia de $-h/2$ até $+h/2$, conforme a figura 38.

Logo:

$$F = \frac{J_\phi B_r}{4\pi} \int_{z=-\frac{l}{2}}^{z+\frac{l}{2}} \int_{r_{b1}}^{r_{b2}} \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial \rho_2} \int_{r_{i1}}^{r_{i2}} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (x - \frac{h}{2})^2}} \right. \\ \left. - \frac{1}{\sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (x + \frac{h}{2})^2}} \right) \rho_1 d\varphi_1 d\rho_1 \rho_2 d\varphi_2 d\rho_2 dx \quad (5.65)$$

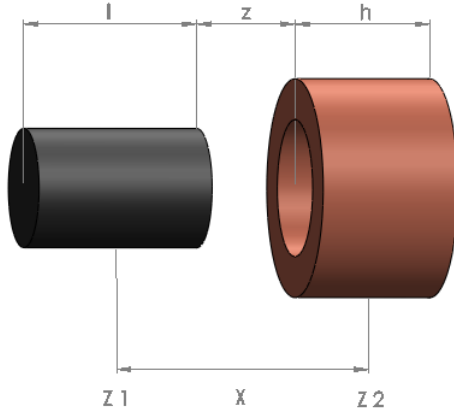


Figura 38 – Cálculo do solenóide x ímã

5.2.2 Força de atração entre o ímã e o tubo ferromagnético com a bobina central

Para o cálculo da força entre o tubo ferromagnético, figura 39, foi utilizada a fórmula do tensor de Maxwell (BASTOS, 2008), definida pela equação 5.66:

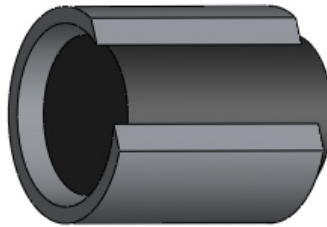


Figura 39 – Ímã x tubo de material ferromagnético

$$F = \frac{1}{2\mu_o} \oint B^2 \hat{n} ds = \frac{B^2 A_{tubo}}{2\mu_o}, \quad (5.66)$$

sendo A_{tubo} a área do tubo de material ferromagnético (m^2).

Devido ao fato de o tubo ser constituído por um meio ferromagnético, o fluxo (equação 5.67) gerado pelo ímã permanente será atraído por ele (BASTOS, 2008).

$$\phi = \oint \vec{B} d\vec{s} = BA_{tubo}, \quad (5.67)$$

sendo ϕ o fluxo magnético (wb).

Da equação 5.67, tem-se que:

$$B^2 = \frac{\phi^2}{A_{tubo}^2} \quad (5.68)$$

Substituindo, de acordo com (FURLANI, 2001), esta última expressão para B^2 na equação 5.66, obtém-se:

$$F = \frac{\phi^2}{2\mu_o A_{tubo}} \quad (5.69)$$

Para definir o modelo dessa parte da estrutura da suspensão eletromagnética (figura 40), deve-se transformar o sistema em um circuito magnético.

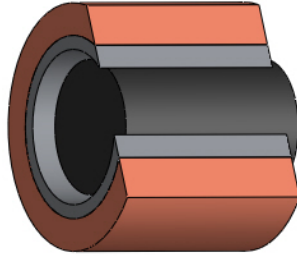


Figura 40 – Força entre um Ímã e uma bobina com núcleo de um material ferromagnético

Essa análise é feita em duas partes, a primeira é quando o ímã central está dentro do tubo ferromagnético. O ímã permanente polariza o material ferromagnético de forma oposta aos seus pólos (figura 41). O circuito magnético referente a esse sistema é dado pela figura 42.

Fazendo a análise por malha tem-se o sistema:

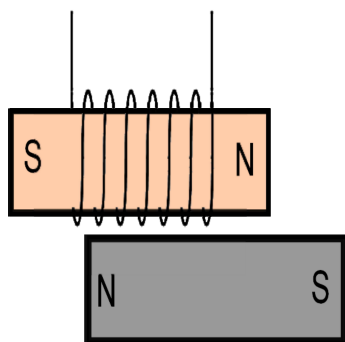


Figura 41 – Ímã dentro de um tubo ferromagnético

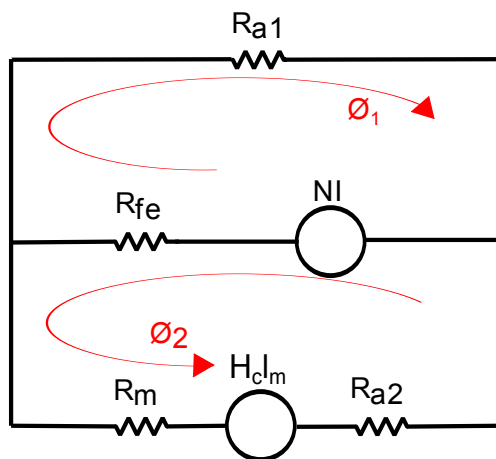


Figura 42 – Ímã dentro de um tubo de material ferromagnético - Circuito magnético

$$\begin{cases} (Ra1 + Rfe) \cdot \phi_1 + Rfe \cdot \phi_2 = NI \\ Rfe \cdot \phi_1 + (Rm + Rfe + Ra2) \cdot \phi_2 = NI + H \cdot lm \end{cases} \quad (5.70)$$

onde:

$$R_{fe} = \frac{l_{fe}}{\mu_r A_{fe}} \quad (5.71)$$

$$R_{a1} = \frac{l_{fe}}{\mu_o A_{ar1}} \quad (5.72)$$

$$R_m = \frac{l_m}{\mu_o A_m} \quad (5.73)$$

$$R_{a2}(z) = \frac{z}{\mu_o A_{ar2}} \quad (5.74)$$

$$H_c l_m = \frac{B_r l_m}{\mu_o} \quad (5.75)$$

sendo R_{fe} a relutância magnética do tubo de material ferromagnético, l_{fe} o comprimento do tubo de material ferromagnético, A_{fe} a área da secção transversal do tubo de material ferromagnético, μ_r a permeabilidade magnética relativa do material ferromagnético, R_m a relutância magnética do ímã permanente, l_m o comprimento do ímã permanente central da estrutura, A_m a área da secção transversal do ímã permanente, R_{a1} a relutância magnética do ar, A_{ar1} a área referente à dispersão magnética no ar, R_{a2} a relutância magnética do ar, A_{ar2} a área referente à dispersão magnética no ar e H_c o campo magnético do ímã permanente.

Os valores de A_{ar1} e A_{ar2} , foram atribuídos. Estes valores não interferem no resultado pois a permeabilidade do ar é muito menor do que a permeabilidade dos outros materiais da estrutura projetada, resultando uma relutância muito grande no ar em comparação com a relutância dos outros materiais da suspensão magnética.

Substituindo soluções do sistemas na equação 5.69, tem-se:

$$Fbc1(z) = \frac{(\phi_1 + \phi_2)^2}{2 \cdot \mu_o A_{g1}} \text{sign}(\geq z < 0.09) \quad (5.76)$$

sendo A_{g1} a área entre o tubo de material ferromagnético e o ímã

permanente.

A segunda parte é quando o ímã central está completamente fora do tubo ferromagnético, invertendo a polarização feita na primeira parte da análise, em que o ímã permanente polariza o material ferromagnético de forma oposta aos seus pólos, devido à aproximação dos pólos (figura 43). O circuito magnético referente a esse sistema é dado pela figura 44.

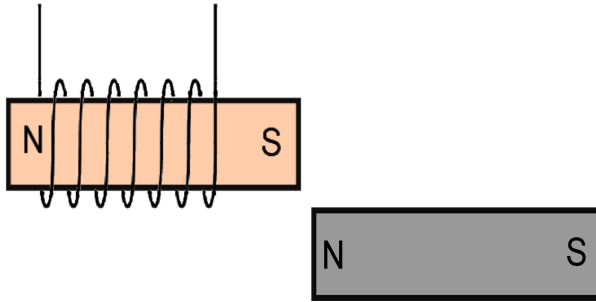


Figura 43 – Ímã fora do tubo ferromagnético

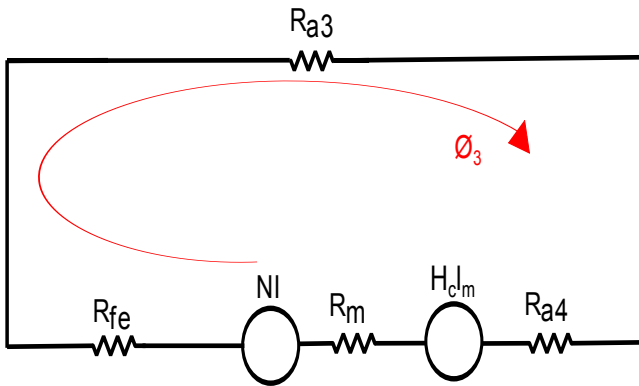


Figura 44 – Ímã fora do tubo ferromagnético - Circuito magnético

Analisando os circuitos magnéticos (figura 43), tem-se:

$$\phi_3 = \left(\frac{H_c \cdot l_m + NI}{R_{a3}(z) + R_{a4}(z) + R_{fe} + R_m} \right) \quad (5.77)$$

onde:

$$R_{a3}(z) = \frac{lf + z}{\mu_o A_g} \quad (5.78)$$

$$R_{a4}(z) = \frac{z}{\mu_o A_{g2}} \quad (5.79)$$

sendo R_{a3} e R_{a3} a relutância magnética do ar, A_g a área referente à dispersão magnética no ar e A_{g2} a área entre o tubo de material ferromagnético e o ímã permanente.

Substituindo soluções do sistemas na equação 5.69, tem-se:

$$Fbc2(z) = \frac{\phi_3^2}{2 \cdot \mu_o A_{g2}} \text{sign}(z \geq 0.09) \quad (5.80)$$

sendo N o número de espiras e I a corrente.

Quando o ímã permanente central se desloca para o outro lado da estrutura, gera os mesmo circuitos magnéticos, mas a força possui sinal negativo.

De acordo com o modelo calculado da suspensão eletromagnética, tem-se que:

$$\sum f_{amortecedor} + \sum f_{mola} + M_v \ddot{z} = F_{ap} \quad (5.81)$$

Com o intuito de simplificar este modelo, será feita a seguinte troca de variáveis: as forças geradas pelo modelo ($\sum f_{amortecedor} + \sum f_{mola}$) são substituídas pela força de atuação(Fa), como mostra a equação 5.82.

$$M_v \ddot{z} + Fa(z, i) = F_{ap} \quad (5.82)$$

A equação 5.82 representa todo o modelo da suspensão eletromagnética de uma forma simplificada, em que a força de atuação é dada em função do deslocamento (z) e da corrente (i).

5.3 MODELO UTILIZADO NO MATLAB

Devido a complexidade do modelo matemático para ser implementado na simulação, utilizaremos polinômios obtidos por interpolação das curvas relacionada a algumas forças da estrutura obtida no programa Mathcad®. Estes polinômios são equações que podem ser introduzidas no modelo em estudo através do programa

Matlab®.

O processo de interpolação ocorreu da seguinte forma:

1. Substituímos os valores da tabela 1 nas equações do modelo da suspensão projetada neste trabalho (figura 45). Simulando estas equações no Mathcad®, obtém-se o vetor de coordenadas xy dos pontos representativo de cada curva de acordo com a força e o deslocamento;
2. Utilizando a função polyfit do Matlab® obtém-se o polinômio de cada vetor;
3. Usando a função polyval encontra-se novamente a expressão que relaciona a força com o deslocamento da suspensão.

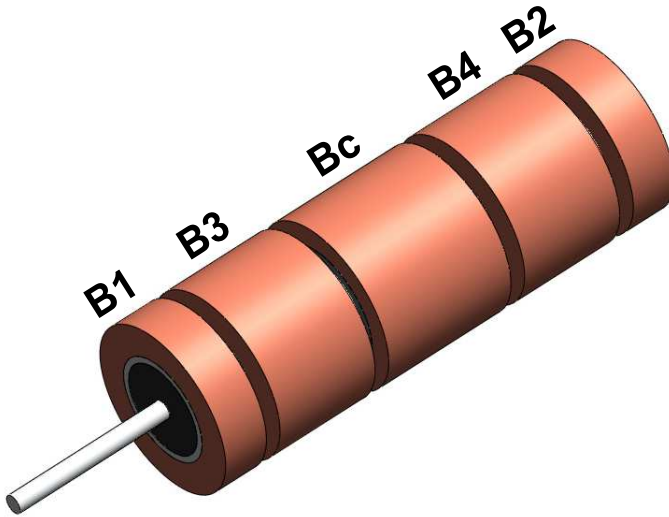


Figura 45 – Modelo da Suspensão

A primeira força calculada no programa Mathcad® é a força resultante gerada pelos ímãs da suspensão magnética conforme o seu deslocamento. A equação 5.53 é calculada com o programa Mathcad® gerando a figura 46. A curva referente a figura 46 é aproximado para o polinômio da equação 5.83.

Tabela 1 – *Itens da suspensão*

	Raio int	Raio ext	Compr.
Bobinas 1 e 2	34.4mm	55mm	30mm
Bobinas 3 e 4	34.4mm	55mm	70mm
Bobina central	40.6mm	55mm	90mm
Ímã central	3mm	30mm	90mm
Ímãs 1 e 2	3mm	30mm	30mm
Tubo de material ferromagnético	34.4mm	40.6mm	90mm

$$\begin{aligned}
fi = & -5.26493963588138e^{15}x^{21} - 1.42763265570978e^{24}x^{20} + \\
& +194347120795004x^{18} + 8.85923390817901e^{22}x^{17} - \\
& -3031395943143.89x^{16} - 1.93094389028497e^{21}x^{15} + \\
& +26027676464.1326x^{14} + 2.13672232520731e^{19}x^{13} - \\
& -134264682.788952x^{12} - 1.35945247783367e^{17}x^{11} + \\
& +426072.264515015x^{10} + 519949956236441x^9 - \\
& -817.594382833891x^8 - 1184762846224.35x^7 + \\
& +0.893631050968006x^6 + 1608762231.76035x^5 - \\
& -0.000489593327003818x^4 - 669111.774725883x^3 + \\
& +1.00598126853739e^{-07}x^2 + 2070.96273883365x - \\
& -2.57823683259153e^{-12}
\end{aligned} \tag{5.83}$$

A força gerada entre uma solenóide e um ímã permanente é dada pela equação 5.65. A aproximação desta equação para um polinômio é feita sem o valor da densidade de corrente J , devido a densidade de corrente ser a ação de controle do nosso sistema e esta ação de controle é dada de acordo com a perturbação. A parte da equação aproximada para um polinômio será adicionada no modelo do Simulink®. Neste programa o polinômio é multiplicado pela densidade de corrente referente a sua solenóide, resultando na força gerada entre uma solenóide e um ímã permanente.

O calculo das forças dos solenóides 1 e 2, em relação ao ímã

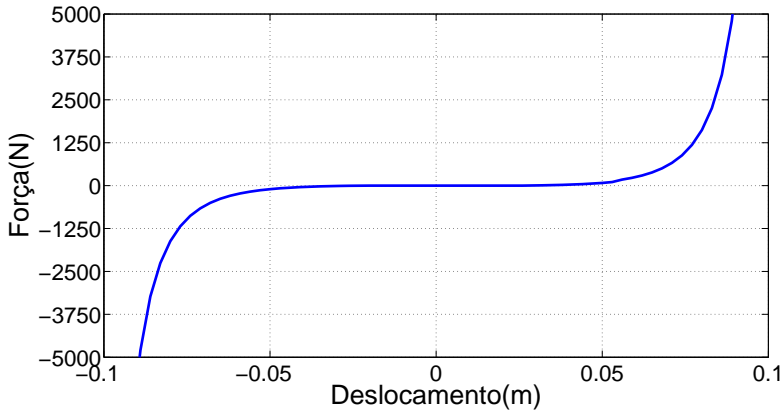


Figura 46 – Força entre os ímãs permanente da suspensão magnética conforme o deslocamento do ímã central

central, no programa Mathcad® são representados na curva da figura 47. Estas forças são iguais, pois os solenóides 1 e 2 possuem as mesmas características, estando apenas em posições diferentes na estrutura. Estas posições serão colocadas no código do Simulink®. A curva referente aos solenóides 1 e 2 (figura 47) é aproximada para o polinômio da equação 5.84.

$$\begin{aligned}
 B1 = B2 = & +9.06364869150753e^{27}x^{40} + 8.04230591182009e^{29}x^{39} - \\
 & -9.74381836178137e^{27}x^{38} - 8.75438062792552e^{29}x^{37} + \\
 & +4.84171253019250e^{27}x^{36} + 4.41033936245178e^{29}x^{35} - \\
 & -1.47528697339196e^{27}x^{34} - 1.36439399784763e^{29}x^{33} + \\
 & +3.08367760987835e^{26}x^{32} + 2.90003050425028e^{28}x^{31} - \\
 & -4.68638222557226e^{25}x^{30} - 4.48953817179226e^{27}x^{29} + \\
 & +5.35496369858784e^{24}x^{28} + 5.23609529367387e^{26}x^{27} - \\
 & -4.69281309933343e^{23}x^{26} - 4.69401878452296e^{25}x^{25} + \\
 & +3.18870617680544e^{22}x^{24} + 3.27115430086142e^{24}x^{23} - \\
 & -1.68734352288086e^{21}x^{22} - 1.78052386249658e^{23}x^{21} + \\
 & +6.94595520683967e^{19}x^{20} + 7.56507804080519e^{21}x^{19} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2.21052876133870e^{18}x^{18} - 2.49465811244394e^{20}x^{17} + \\
& + 5.37559255649060e^{16}x^{16} + 6.31358868004142e^{18}x^{15} - \\
& - 981008391390091x^{14} - 1.20463423348486e^{17}x^{13} + \\
& + 13085858362117.1x^{12} + 1.68660727037022e^{15}x^{11} - \\
& - 122843396454.632x^{10} - 16623342247567.6x^9 + \\
& + 767639235.486872x^8 + 107642154277.090x^7 - \\
& - 2930905.75177311x^6 - 398795845.102530x^5 + \\
& + 5919.29179344132x^4 + 535320.686570142x^3 - \\
& - 4.74701094297755x^2 + 737.904640347819x + \\
& 0.000633222129828852
\end{aligned} \tag{5.84}$$

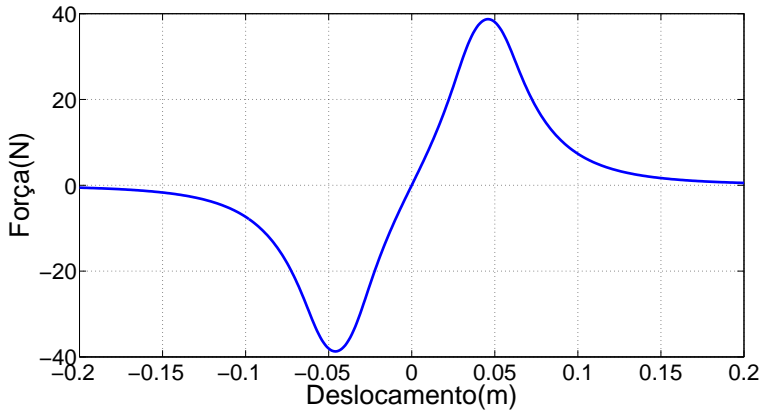


Figura 47 – Força da bobina 1 e 2 em relação ao deslocamento do ímã central

As forças dos solenóides 3 e 4, em relação ao ímã central, são calculadas no programa Mathcad®, (figura 48). Estas forças são iguais, pois os solenóides 3 e 4 também possuem as mesmas características, estando apenas em posições diferentes na estrutura. A curva referente aos solenóides 3 e 4 (figura 48) é aproximada para o polinômio da equação 5.85.

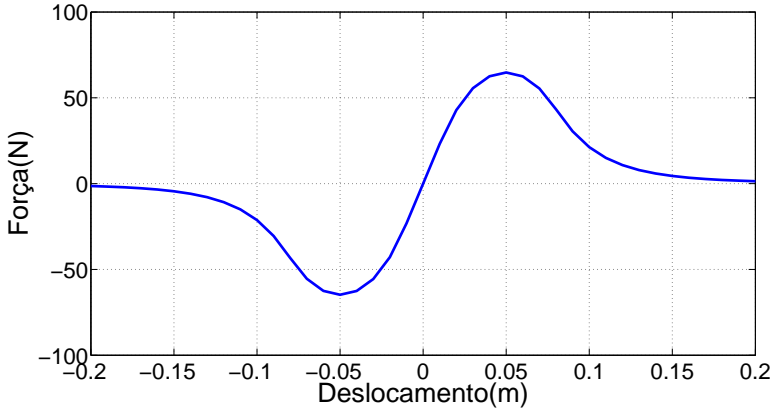


Figura 48 – Força da bobina 3 e 4 em relação ao deslocamento do ímã central

$$\begin{aligned}
 B4 = B3 = & -2.50243314239389e^{30}x^{40} + 1.75180132037800e^{34}x^{39} + \\
 & +1.50611330274902e^{30}x^{38} - 1.08548937983320e^{34}x^{37} - \\
 & -4.17416487375869e^{29}x^{36} + 3.09899592532096e^{33}x^{35} + \\
 & +7.06889004802985e^{28}x^{34} - 5.40717853714570e^{32}x^{33} - \\
 & -8.18497409625151e^{27}x^{32} + 6.44886623169698e^{31}x^{31} + \\
 & +6.86997476224494e^{26}x^{30} - 5.57018658751224e^{30}x^{29} - \\
 & -4.32396229225343e^{25}x^{28} + 3.60141702106156e^{29}x^{27} + \\
 & +2.08239992496843e^{24}x^{26} - 1.77643044498093e^{28}x^{25} - \\
 & -7.76103345574506e^{22}x^{24} + 6.74979651300816e^{26}x^{23} + \\
 & +2.24921432113152e^{21}x^{22} - 1.98031888203116e^{25}x^{21} - \\
 & -5.06539024070984e^{19}x^{20} + 4.46691230521625e^{23}x^{19} + \\
 & +8.81341333545884e^{17}x^{18} - 7.65686890318420e^{21}x^{17} - \\
 & -1.17147022997325e^{16}x^{16} + 9.76480521963801e^{19}x^{15} + \\
 & +116866929161627x^{14} - 8.93673279151324e^{17}x^{13} - \\
 & -852604587195.396^{12} + 5.50103459817644e^{15}x^{11} + \\
 & +4381061979.46635x^{10} - 19735054780172.9x^9 - \\
 & -15002158.5516917x^8 + 21332233645.1439x^7 +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +31432.2623627298x^6 + 123583338.527180x^5 - \\
& -34.8933785423121x^4 - 725376.328769598x^3 + \\
& +0.0154108254065023x^2 + 2404.12534290877x - \\
& -1.13459101013097e^{-06}
\end{aligned} \tag{5.85}$$

As forças geradas pela bobina central e pelo tubo de material ferromagnético, em relação ao ímã central, foram adicionadas diretamente no código do Simulink©, pois as equações não eram muito complexas.

6 SIMULAÇÃO E RESULTADOS

Este trabalho está focado no projeto da suspensão ativa. A suspensão ativa proposta é um sistema não-linear e o seu controle merece um estudo detalhado. Para simular o sistema da suspensão ativa, foi escolhido um controlador que permite um ajuste rápido. Desta forma, é possível verificar a viabilidade de substituição da suspensão passiva pelo sistema proposto.

Um controlador fuzzy procura imitar as ações do operador, incorporando a forma humana de pensar em um sistema de controle. Pode ser projetado para se comportar conforme o raciocínio dedutivo, utilizando conclusões baseadas em informações conhecidas, (SHAW; SIMÕES, 2004).

O conceito de lógica e conjuntos fuzzy foi inicialmente apresentado por (ZADEH, 1965), com o objetivo de fornecer uma ferramenta matemática para o tratamento das informações imprecisas ou vagas. A Lógica Fuzzy, baseada nesta teoria, foi inicialmente construída a partir dos conceitos já estabelecidos de lógica clássica. Definindo os operadores semelhantes aos tradicionalmente utilizados na lógica clássica. Outros operadores também são adicionados ao longo do tempo, muitas vezes por necessidades devido aos modelos incertos ou imperfeitos encontrados na prática ((CHEN; PAHM, 2001) e (KLIR; YUAN, 1995)).

O controlador fuzzy pode acomodar várias entradas e saídas. Suas regras podem ser executadas em paralelo, implicando uma ação recomendada para cada regra, (JANTZEN, 2007). Este controlador consiste em um estágio de entrada (fuzzificação), um estágio de processamento (inferência) e um estágio de saída (defuzzificação), conforme ilustra a figura 49, (CAMPONOGARA, 2009).

O estágio de entrada mapeia os sensores e as outras entradas não-fuzzy resultantes de medições ou observações para funções de pertinência apropriadas e valores verdades. Os dados de entrada são mapeados para os conjuntos fuzzy. Neste estágio, ocorre também a ativação das regras relevantes para cada situação e a geração dos resultados para cada regra. O conjunto fuzzy de saída é obtido por intermédio do processo de inferência, (CAMPONOGARA, 2009) e (TANSCHKEIT, 2007).

Existem diversos modelos para utilizar na formação das regras do sistema de inferência fuzzy. Os mais utilizados são o Mamdani e o Sugeno. Para obtenção do controle fuzzy da suspensão, optou-se pelo

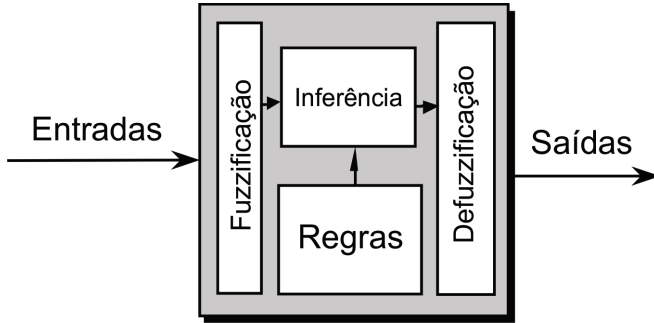


Figura 49 – Arquitetura do controlador Fuzzy

Fonte: (CAMPONOGARA, 2009).

modelo de Sugeno (Takagi-Sugeno-Kang) desenvolvido em 1985 por (SUGENO, 1985), porque no modelo de Sugeno as saídas são funções constantes ou lineares. Devido as equações do sistema da suspensão serem complexas, é necessário saber o valor da saída do controle. Os modelos Sugeno permitem conciliar técnicas de controle não-linear e estender de forma rigorosa resultados da teoria de controle de sistemas lineares.

As regras são obtidas por meio da análise das simulações de todos os componentes da suspensão. As variáveis de entrada do sistema de controle fuzzy foram mapeadas para o sistema por meio de funções de pertinência. A escolha das funções de pertinência do conjunto suporte foram definidas de forma a considerar a dinâmica da suspensão. Esta escolha foi feita empiricamente. As figuras 50 e 51 apresentam o resultado final das funções de pertinência do deslocamento e da velocidade.

Após o mapeamento das variáveis de entrada para funções de pertinência e valores verdade, o controlador então pode tomar decisões sobre a ação a ser tomada baseando-se em um conjunto de "regras", cada uma delas da forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Se Entrada 1} = x \\ \text{E Entrada 2} = y \\ \text{Então Saída é } z = ax + by + c \end{array} \right. \quad (6.1)$$

Para um modelo Takagi-Sugeno zero-ordem, a saída z é uma

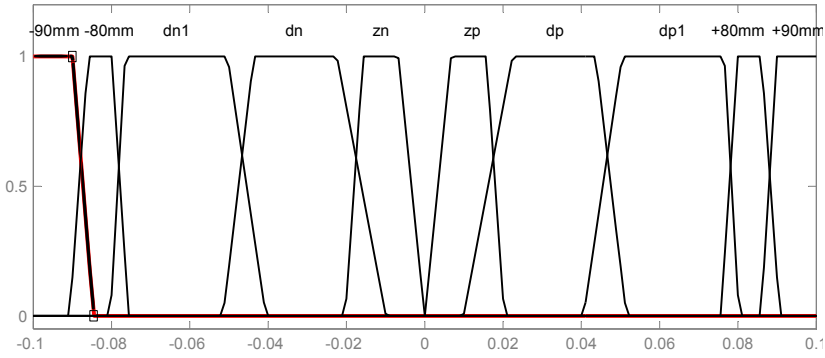


Figura 50 – Função de pertinência referente ao deslocamento

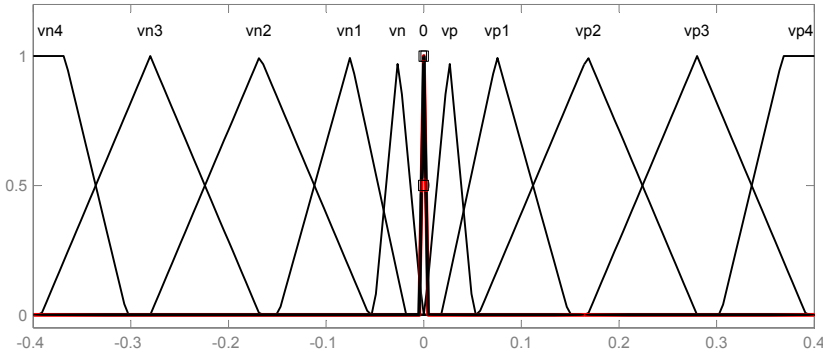


Figura 51 – Função de pertinência referente à velocidade

constante ($a = b = 0$).

Para a suspensão eletromagnética, utiliza-se o modelo Takagi-Sugeno zero-ordem, devido a necessidade de conhecer os valores das correntes, além disso, limitou-se o valor da densidade de corrente em $\pm 3A/mm^2$ para evitar o aquecimento das bobinas.

O conjunto de regras Se-Então para suspensão eletromagnética é:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Se deslocamento} = x \\ \text{E velocidade} = y \\ \text{Então densidade de corrente} = c \end{array} \right. \quad (6.2)$$

As regras utilizadas no sistema desta suspensão estão no apêndice A.

Foi utilizado para o projeto do controlador o FIS editor do Matlab®. O FIS editor apresenta informações sobre o sistema de inferência fuzzy como o diagrama do sistema com cada entrada e saída (figura 52), as funções de pertinência utilizadas, conjunto de regras Se-Então e o Surface.

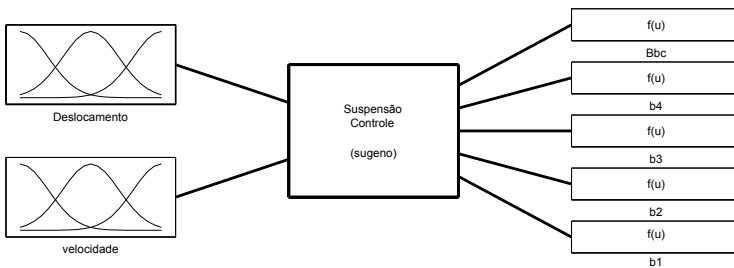


Figura 52 – Modelo Fuzzy

O Surface permite verificar todas as relações entre entrada e saída por meio de uma superfície que relaciona duas variáveis de entrada com uma variável de saída (figuras 53, 54, 55, 56 e 57).

A determinação do sinal de entrada depende da forma da entrada a que o sistema será sujeito mais frequentemente durante operação normal, (OGATA, 2003).

Os sistemas de suspensão estão sujeitos a entradas de perturbação ocasionadas por impactos. Estas entradas podem ser

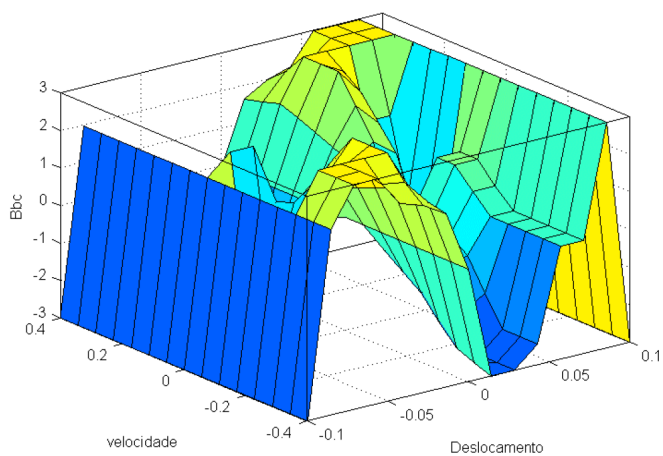


Figura 53 – Superfície de controle da bobina central

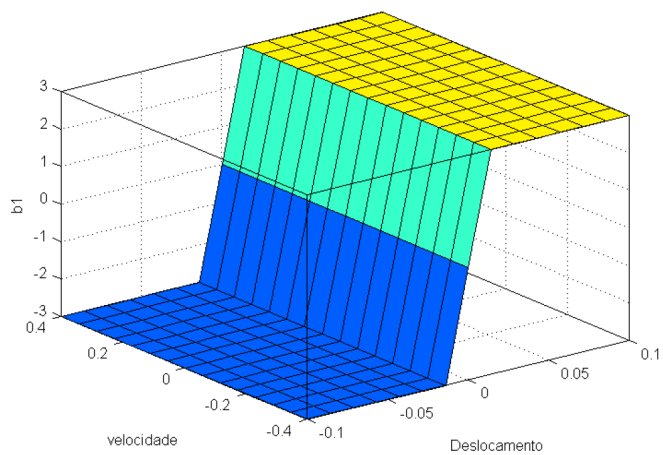


Figura 54 – Superfície de controle da bobina 1

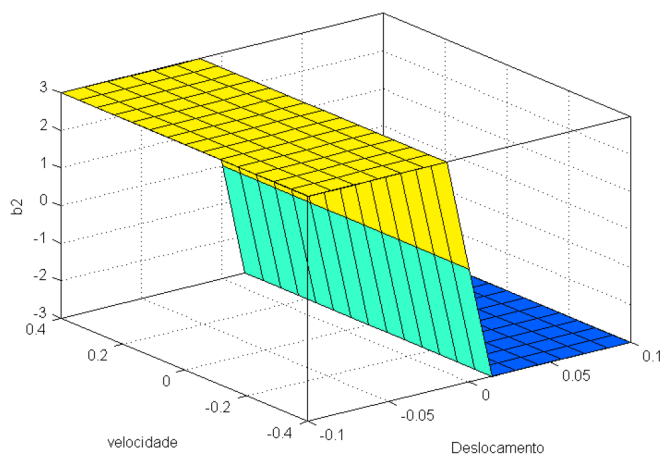


Figura 55 – Superfície de controle da bobina 2

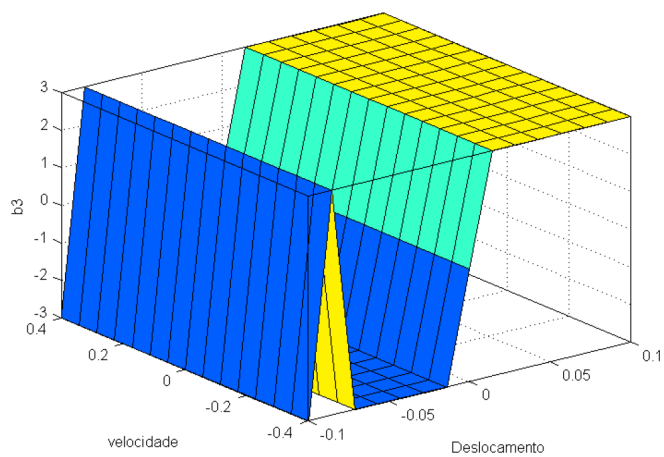


Figura 56 – Superfície de controle da bobina 3

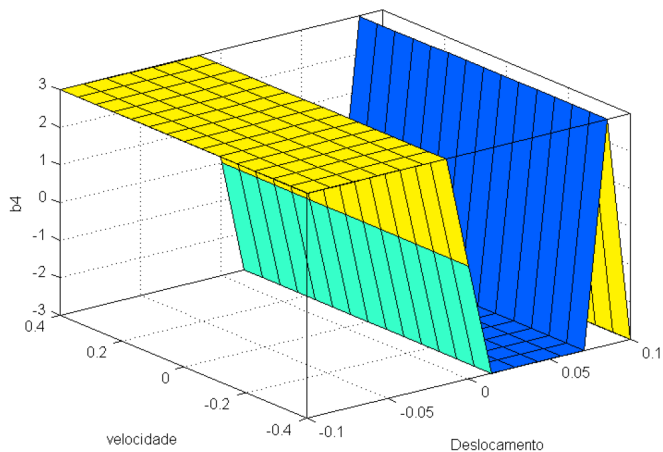


Figura 57 – Superfície de controle da bobina 4

representadas pela função pulso (58). Esta entrada representa a força aplicada pelo solo na suspensão eletromagnética.

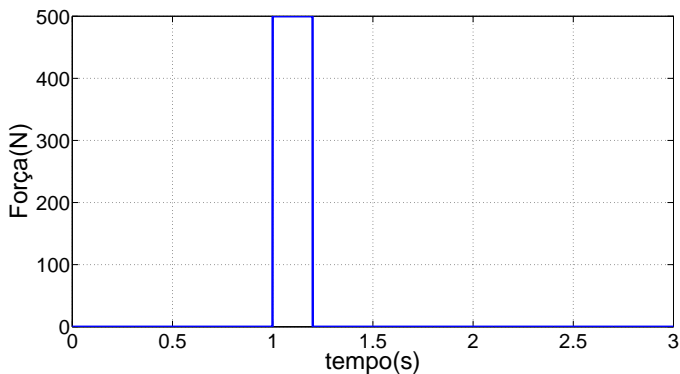


Figura 58 – Força aplicada pelo solo na suspensão

Na figura 59 pode-se visualizar um modelo simplificado do diagrama de blocos do sistema da suspensão utilizado no Simulink®, sendo que a força (F_r) aplicada pelo solo é somada com a força gerada pela dinâmica do veículo, representada pelo bloco sistema.

A força aplicada pelo solo gera um deslocamento nas massas suspensas do veículo. Este deslocamento é controlado como a sua velocidade pelo controlador Fuzzy, gerando corrente para os atuadores. Os atuadores aplicam sua força de atuação (F_a) de acordo com as correntes enviadas pelo controlador.

As correntes são os resultados do estágio de saída (defuzzificação) do controle fuzzy, que converte o resultado da combinação em um valor de saída do controle. A força de atuação diminui a ação da força aplicada pelo solo nas massas suspensas.

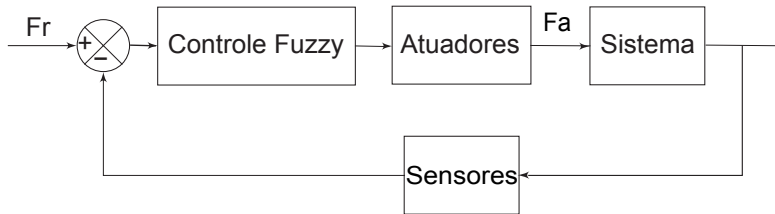


Figura 59 – Modelo do diagrama de blocos

Como pode ser visto na figura 60, os valores da densidade de corrente estão limitados em $\pm 3A/mm^2$. Esta figura representa a atuação do solenóide central da suspensão eletromagnética. Este solenóide atua durante todo o deslocamento da suspensão e também faz um controle fino da velocidade e do deslocamento da suspensão.

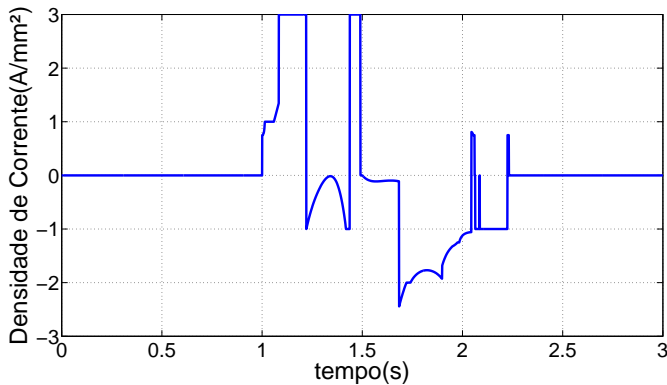


Figura 60 – Densidade de corrente da bobina central

A figura 61 mostra a ação de controle de uma solenóide da suspensão eletromagnética. O centro deste solenóide está deslocado 150mm abaixo do centro da estrutura e sua ação de controle é mais eficaz quando o deslocamento for originado por um buraco, ou seja, deslocamento negativo.

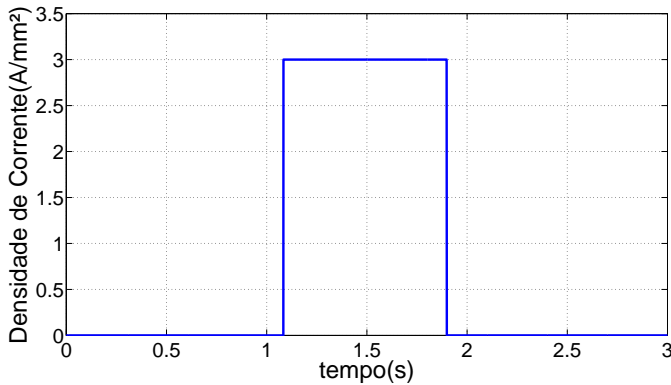


Figura 61 – Densidade de corrente da bobina 1

A ação de controle de uma solenóide da suspensão eletromagnética pode ser vista na figura 62. O centro desta solenóide está deslocado 150mm acima do centro da estrutura e sua ação de controle é mais eficaz quando o deslocamento se aproxima dos 150 mm , por exemplo, deslocamento ocasionado por uma lombada ou positivo, pois próximo do centro a força da solenóide é maior.

A figura 63 mostra a ação de controle de uma solenóide da suspensão eletromagnética. O centro está deslocado 80mm abaixo do centro da estrutura. Esta solenóide possui uma atuação melhor para deslocamento negativo, em que o ímã central se aproxima do centro desta solenóide.

Pode-se observar na figura 64 a ação de controle de uma solenóide da suspensão eletromagnética, que quando o deslocamento ultrapassa o centro da solenóide a corrente muda de sinal para manter a ação da força que neste caso, é de repulsão. Sendo que o centro desta solenóide está deslocado 80mm acima do centro da estrutura.

As figuras 65 e 66 apresentam os resultados do deslocamento e da velocidade do deslocamento do sistema de suspensão eletromagnético após a ação de controle. Como pode ser visualizado,

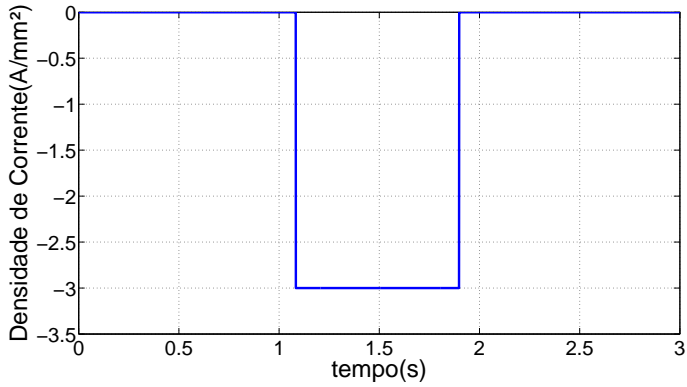


Figura 62 – Densidade de corrente da bobina 2

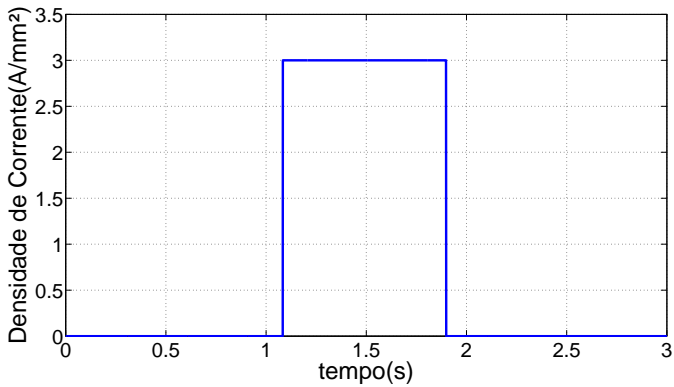


Figura 63 – Densidade de corrente da bobina 3

o controlador fuzzy controlou o sistema da suspensão de uma forma eficaz, evitando a oscilação na resposta, ou seja, na carroceria do veículo e conseqüentemente para os passageiros do veículo. O impacto ocasionado pela perturbação deslocou o ímã central do centro da estrutura da suspensão magnética e o controlador conseguiu devolver o ímã central para o centro da estrutura zerando o seu valor de deslocamento e velocidade. Este sistema de suspensão conseguiu reter o impacto ocasionado pela perturbação sem transferir para o veículo.

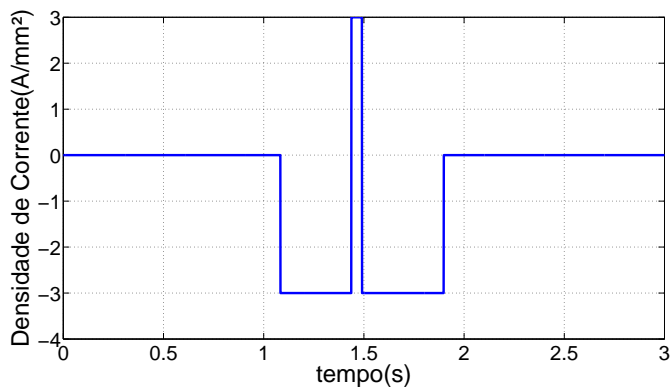


Figura 64 – Densidade de corrente da bobina 4

Como mostrado na figura 65, o deslocamento do ímã permanente central não ultrapassou o valor máximo de deslocamento que é de $0.1m$. A velocidade do deslocamento do ímã central (figura 66) também não ultrapassou o máximo valor estipulado na função de pertinência referente a velocidade que é de $0.4m/s$.

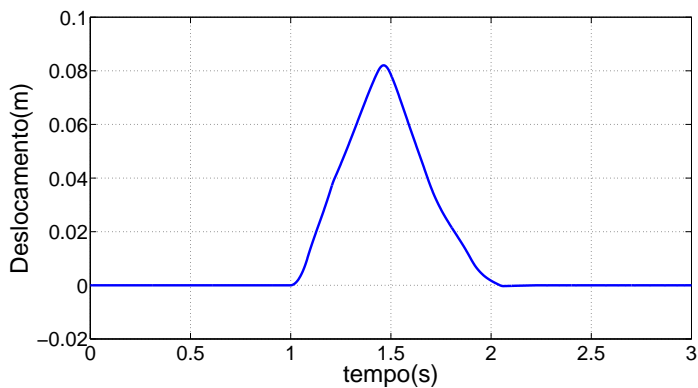


Figura 65 – Deslocamento controlado

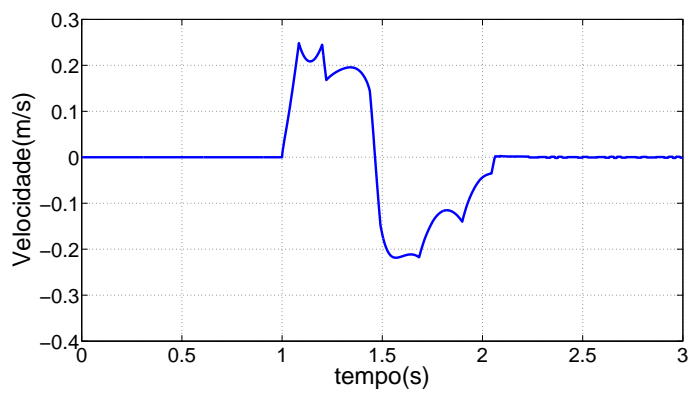


Figura 66 – Velocidade do deslocamento

7 CONCLUSÃO

Este trabalho foi motivado inicialmente na construção de uma suspensão para o triciclo desenvolvido pelo laboratório de Inovação da UFSC. Este veículo possui uma instabilidade inerente. Deste modo, para estabilizá-lo necessita-se incliná-lo em curvas, de forma semelhante a uma motocicleta.

O objetivo deste trabalho foi projetar um sistema de suspensão ativa (magnética), composta de um conjunto de ímãs permanentes e bobinas. Esta suspensão tem a função de atenuar as forças que a suspensão recebe de acordo com o desnível do terreno, controlando o deslocamento e a velocidade do deslocamento vertical da carroceria, evitando as oscilações características em sistemas massa-mola.

O desafio enfrentado para o desenvolvimento desta suspensão magnética foi reproduzir as forças de uma suspensão passiva. Com o auxílio do programa EFCAD, foi projetado um sistema composto de ímãs permanentes, de bobinas e de um tubo de material ferromagnético. Esta suspensão deve suportar a força estática do veículo sem gastos de energia e suas bobinas devem atuar no auxílio do controle do deslocamento e da velocidade do deslocamento vertical da carroceria do veículo.

Após projetar uma estrutura com requisitos estipulados, este trabalho foi concentrado na modelagem dessa estrutura. Esta modelagem foi feita em partes, de acordo com as forças geradas pela estrutura. Os modelos das forças foram trabalhados de forma a tornar possível adicioná-los ao programa Matlab®.

O controlador Fuzzy foi escolhido devido a complexidade do modelo e também pela necessidade de obter rapidamente um controlador para o sistema de suspensão proposto. A implementação do controlador foi feita de uma forma simples, por meio do auxílio do FIS editor do Matlab®. Foi utilizada uma força de 500 Newtons, representando a força exercida pelo solo na estrutura. Mesmo com um deslocamento violento, o controlador Fuzzy apresentou bons resultados. O deslocamento da estrutura foi suave e sem oscilações comuns em sistemas passivos.

7.1 PERSPECTIVA DE TRABALHOS FUTUROS

Algumas sugestões de trabalhos a ser realizados a partir dos resultados obtidos nesta dissertação são:

- Estudo de melhorias na estrutura (modelar o material ferromagnético considerando a saturação) e no controlador;
- Incorporar este modelo na descrição do modelo do veículo;
- Construção de um protótipo para avaliação dos resultados e validação do modelo;
- Aplicação do protótipo em um veículo para comparar os resultados teóricos com os práticos;
- Estudar outras estruturas eletromagnéticas.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, M. A. de. *A função delta de Dirac*. 07 2010.
<<http://www.ifi.unicamp.br/aguiar/Cursos/F689/funcao-delta>>.
- ALEXANDRIDIS, A. A. *The magneride system*. [S.l.], 2007.
- ALLEN, J. *Design of active suspension control based upon use of tubular linear motor and quarter-car model*. Tese (Doutorado) — Texas A&M University, 2008.
- BAE, J. et al. Modeling and experiments on eddy current damping caused by a permanent magnet in a conductive tube. *Journal of mechanical science and technology*, v. 23, n. 11, p. 3024–3035, 2009.
- BASTOS, J. P. A. *Eletromagnetismo para Engenharia: Estática e Quase-estática*. Florianópolis, BR: Editora da UFSC, 2008. 396 p.
- BOSE. *Bose Suspension System*. 2010.
<<http://www.bose.com/controller>>.
- CAMPONOGARA, E. *Lógica Fuzzy*.
<http://www.das.ufsc.br/camponog/Disciplinas/DAS-5341/Slides>, 2009.
- CARVER. *Carver History*. Janeiro 2010.
<<http://www.conceptcarz.com/view/makehistory>>.
- CHEN, G.; PAHM, T. T. *Introduction to Fuzzy sets, Fuzzy logic and Fuzzy control systems*. [S.l.]: CRC Press, 2001.
- CHENG, T.; OH, I. Coil-based electromagnetic damper and actuator for vibration suppression of cantilever beams. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 20, n. 18, p. 2237, 2009.
- CONTROLAR. *Controlar - Legislação*. Janeiro 2010.
<<http://www.controlar.com.br/>>.
- DIXON, J. *The shock absorber handbook*. [S.l.]: Wiley, 2007.
- DODGE. *Leaf spring*. 2008. <<http://www.dodge.com/shared/2008>>.
- DYKE, S. et al. Modeling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction. *Smart Materials and Structures*, v. 5, p. 565–575, 1996.

EBRAHIMI, B. *Development of Hybrid Electromagnetic Dampers for Vehicle Suspension Systems*. Tese (Doutorado) — University of Waterloo, 2009.

ELBEHEIRY, E. et al. Advanced ground vehicle suspension systems - a classified bibliography. *Vehicle System Dynamics*, v. 24, n. 3, p. 231–258, 1995.

FLEMING, H. *POTENCIAIS RETARDADOS*. 07 2010.
<<http://www.hfleming.com/green>>.

FONTANA, E. *ELETROMAGNETISMO AVANÇADO*. 07 2010.
<<http://www.nomergcpf.xpg.com.br/ee982/aula22>>.

FONTANA, E. V. *AMORTECEDOR*. 2010.
<<http://www.carroantigo.com/portugues/conteudo>>.

FURLANI, E. P. *Permanent Magnet and Electromechanica Devices*. New York, USA: Elsevier Science Publishing Co., 2001. 518 p.

GILLESPIE, T. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. [S.l.]: Sociedade of Automotive Engineers, 1992.

GRAVES, K.; TONCICH, D.; IOVENITTI, P. Theoretical comparison of motional and transformer emf device damping efficiency. *Journal of Sound and Vibration*, v. 233, n. 3, p. 441–453, 2000.

GRUCAD. *EFCAD - Electromagnetic Fields Computer Aided Design (Software para cálculo 2D de campos elétricos e magnéticos utilizando o método de elementos finitos)*.
<http://www.grucad.ufsc.br/novo/?TOPICO=downloads>, 2002.

GUPTA, A. et al. Design of electromagnetic shock absorbers. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, v. 3, n. 3, p. 285–291, 2006.

GYSEN, B. et al. Design aspects of an active electromagnetic suspension system for automotive applications. In: *Industry Applications Society Annual Meeting, 2008. IAS '08. IEEE*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 1–8.

HAGGAG, S.; ABDEL-AZIZ, M. *Vehicle Advanced Control System*. Department of Automotive Engineering Faculty of Engineering Ain Shams University, November 2009.

HARRIS, W. *Suspension*. Janeiro 2010.
<<http://articles.directorym.com/Suspension>>.

HAUS, H. A.; MELCHER, J. R. *Electromagnetic Fields and Energy*. New York, USA: Prentice-Hall, Inc., 1989. 742 p.

HILL, G. *Vehicle Dynamics*. 2005.

JANTZEN, J. *Foundations of fuzzy control*. [S.l.]: Wiley Online Library, 2007.

JAZAR, R. N. *Vehicle Dynamics: Theory and Application*. [S.l.]: Springer, 2008.

KARNOPP, D. Permanent magnet linear motors used as variable mechanical dampers for vehicle suspensions. *Vehicle System Dynamics*, p. 187–200, 1989.

KAWAMOTO, Y. et al. Modeling of electromagnetic damper for automobile suspension. *Journal of System Design and Dynamics*, v. 1, n. 3, p. 524–535, 2007.

KIM, Y. et al. Active vibration control of a suspension system using an electromagnetic damper. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, v. 215, n. 8, p. 865–873, 2001.

KLIR, G.; YUAN, B. *Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications*. [S.l.]: Prentice Hall PTR, 1995.

KRÜGER, W.; VACULIN, O.; SPIECK, M. Semi-active suspension systems for road and off-road vehicles-an overview. *Mecca, Journal of Middle European Construction and Design of Cars*, v. 2, p. 1–14, 2004.

LEE, S. *Active suspension control with direct-drive tubular linear brushless permanent-magnet motor*. Tese (Doutorado) — Texas A&M University, 2009.

LEQUESNE, B. et al. Permanent magnet linear motors for short strokes. In: *Conference Record of the 1992 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, 1992*. [S.l.: s.n.], 1992. p. 162–170.

LI, F.-Y. W. L. *Advanced motion control and sensing for intelligent vehicles*. [S.l.]: Springer, 2007.

MACHADO, K. D. *Teoria do Eletromagnetismo*. Ponta Grossa, BR: Editora da UEPG, 2002. 899 p.

MARSH, J. *2CV Production Models 1949 Berline A*. 1996.
<<http://www.citroenet.org.uk/passenger-cars/michelin/2cv/history>>.

MARTINS, I. et al. Permanent-magnets linear actuators applicability in automobile active suspensions. *IEEE Transactions on vehicular technology*, v. 55, n. 1, p. 86–94, 2006.

MARTINS, I. et al. Electromagnetic hybrid active-passive vehicle suspension system. In: *1999 IEEE 49th Vehicular Technology Conference*. [S.l.: s.n.], 1999. v. 3.

MIRZAEI, S. et al. Electromagnetic shock absorber. In: *IEEE International Electric Machines and Drives Conference, 2001. IEMDC 2001*. [S.l.: s.n.], 2001. p. 760–764.

MURPHY, B. C. *Linear Motor and Controller*. Dissertação (Mestrado) — Texas A&M University, 2003.

NAAMSA. *Jan 2010 New Vehicle Sales Statistics: NAAMSA New Vehicle Sales Report*. Janeiro 2010.
<<http://www.wiel.co.za/PDF/VehicleSales/24/>>.

NAGAYA, K.; SUGIURA, M. A method for obtaining a linear spring for a permanent magnet levitation system using electromagnetic control. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 31, n. 3, p. 2332–2338, 1995.

NICOLAZZI, L. C.; RAFAGNIN, A.; TRAUTWEIN, H. *Relatório Técnico*. [S.l.], 2010.

NICOLAZZI, L. C.; ROSA, E. da; LEAL, L. C. M. *Uma Introdução à modelagem Quase-estática de Veículos Automotores de Rodas*. April 2008.

OGATA, K. *Modern Control Engineering*. 4. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2003.

PATT, P. Design and testing of a coaxial linear magnetic spring with integral linear motor. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 21, p. 1759–1761, 1985.

PAULIDES, J. et al. Design considerations for a semi-active electromagnetic suspension system. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 42, n. 10, 2006.

POPP, K. *Ground Vehicle Dynamics*. [S.l.]: Springer, 2010.

REIMPELL, J.; STOLL, H.; BETZLER, J. W. *The Automotive Chassis*. 2. ed. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2001.

ROQUEIRO, N.; COLET, E. A sliding mode controlled three wheels narrow vehicle for two passengers. In: IEEE. *Variable Structure Systems (VSS), 2010 11th International Workshop on*. [S.l.], 2010. p. 358–363.

SHAW, I.; SIMÕES, M. *Controle e modelagem fuzzy*. [S.l.]: Edgard Blucher, 2004.

SHIGLEY, J. E. *Mechanical engineering design*. 7d ed.. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, New York :, 2005. xvi, 695 p. : p.

SILVA, C. D. *Vibration damping, control, and design*. [S.l.]: CRC Press, 2007.

SODANO, H. *Development of Novel Eddy Current Dampers for the Suppression of Structural Vibrations*. Tese (Doutorado) — Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 2005.

STONE, R.; BALL, J. K. *Automotive Engineering Fundamentals*. [S.l.]: SAE International, 2004.

SUGENO, M. An introductory survey of fuzzy control. *Information Sciences*, v. 36, n. 1-2, p. 59 – 83, 1985. ISSN 0020-0255.
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V0C-48MXSRD-2T/2/505f78e9867bb746d8f9f33823e34b59>>.

TANSCHKEIT, R. Sistemas fuzzy. *Inteligência computacional: aplicada à administração, economia e engenharia em Matlab*. São Paulo: Thomson Learning, p. 229–264, 2007.

TENTOR, L. *Characterization of an Electromagnetic Tuned Vibration Actuator*. Dissertação (Mestrado) — Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 2000.

UMMANENI, R.; NILSSEN, R.; BRENNVALL, J. Force analysis in design of high power linear permanent magnet actuator with gas springs in drilling applications. In: IEEE. *Electric Machines & Drives*

Conference, 2007. IEMDC'07. IEEE International. [S.l.], 2007. v. 1, p. 285–288.

VIEIRA, R. de S. et al. Modeling and analysis of dynamic behavior of tilting vehicle. 2007.

ZADEH, L. Fuzzy sets*. *Information and control*, v. 8, p. 338–353, 1965.

APÊNDICE A – Regras do controlado Fuzzy

1- **If** (Deslocamento is +90mm) **and** (velocidade is vp4)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 2- **If** (Deslocamento is +90mm) **and** (velocidade is vp3)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 3- **If** (Deslocamento is +90mm) **and** (velocidade is vp2)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 4- **If** (Deslocamento is +90mm) **and** (velocidade is vp1)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 5- **If** (Deslocamento is +90mm) **and** (velocidade is vp)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 6- **If** (Deslocamento is +90mm) **and** (velocidade is 0)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 7- **If** (Deslocamento is +90mm) **and** (velocidade is vn)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 8- **If** (Deslocamento is +90mm) **and** (velocidade is vn1)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 9- **If** (Deslocamento is +90mm) **and** (velocidade is vn2)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 10- **If** (Deslocamento is +90mm) **and** (velocidade is vn3)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 11- **If** (Deslocamento is +90mm) **and** (velocidade is vn4)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 12- **If** (Deslocamento is +80mm) **and** (velocidade is vp4)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 13- **If** (Deslocamento is +80mm) **and** (velocidade is vp3)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 14- **If** (Deslocamento is +80mm) **and** (velocidade is vp2)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 15- **If** (Deslocamento is +80mm) **and** (velocidade is vp1)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 16- **If** (Deslocamento is +80mm) **and** (velocidade is vp)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 17- **If** (Deslocamento is +80mm) **and** (velocidade is 0)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 18- **If** (Deslocamento is +80mm) **and** (velocidade is vn)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 19- **If** (Deslocamento is +80mm) **and** (velocidade is vn1)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 20- **If** (Deslocamento is +80mm) **and** (velocidade is vn2)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)

21- **If** (Deslocamento is +80mm) **and** (velocidade is vn3)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 22- **If** (Deslocamento is +80mm) **and** (velocidade is vn4)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 23- **If** (Deslocamento is dp1) **and** (velocidade is vp4)
then (Bbc is 3) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 24- **If** (Deslocamento is dp1) **and** (velocidade is vp3)
then (Bbc is 3) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 25- **If** (Deslocamento is dp1) **and** (velocidade is vp2)
then (Bbc is 2.75) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 26- **If** (Deslocamento is dp1) **and** (velocidade is vp1)
then (Bbc is 2.75) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 27- **If** (Deslocamento is dp1) **and** (velocidade is vp)
then (Bbc is 2.5) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 28- **If** (Deslocamento is dp1) **and** (velocidade is 0)
then (Bbc is 2.5) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 29- **If** (Deslocamento is dp1) **and** (velocidade is vn)
then (Bbc is 2.5) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 30- **If** (Deslocamento is dp1) **and** (velocidade is vn1)
then (Bbc is 1) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 31- **If** (Deslocamento is dp1) **and** (velocidade is vn2)
then (Bbc is 0) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 32- **If** (Deslocamento is dp1) **and** (velocidade is vn3)
then (Bbc is -0.25) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 33- **If** (Deslocamento is dp1) **and** (velocidade is vn4)
then (Bbc is -0.25) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 34- **If** (Deslocamento is dp) **and** (velocidade is vp4)
then (Bbc is 2) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 35- **If** (Deslocamento is dp) **and** (velocidade is vp3)
then (Bbc is 1.75) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 36- **If** (Deslocamento is dp) **and** (velocidade is vp2)
then (Bbc is 1.75) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 37- **If** (Deslocamento is dp) **and** (velocidade is vp1)
then (Bbc is 1.5) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 38- **If** (Deslocamento is dp) **and** (velocidade is vp)
then (Bbc is 1.5) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 39- **If** (Deslocamento is dp) **and** (velocidade is 0)
then (Bbc is -0.75) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 40- **If** (Deslocamento is dp) **and** (velocidade is vn)
then (Bbc is -1.5) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)

41- **If** (Deslocamento is dp) **and** (velocidade is vn1)
then (Bbc is -1.5) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 42- **If** (Deslocamento is dp) **and** (velocidade is vn2)
then (Bbc is -2) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 43- **If** (Deslocamento is dp) **and** (velocidade is vn3)
then (Bbc is -3) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 44- **If** (Deslocamento is dp) **and** (velocidade is vn4)
then (Bbc is -3) (b4 is -3) (b3 is 3) (b2 is -3) (b1 is 3)
 45- **If** (Deslocamento is zp) **and** (velocidade is vp4)
then (Bbc is 1.5) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 46- **If** (Deslocamento is zp) **and** (velocidade is vp3)
then (Bbc is 1.5) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 47- **If** (Deslocamento is zp) **and** (velocidade is vp2)
then (Bbc is 1) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 48- **If** (Deslocamento is zp) **and** (velocidade is vp1)
then (Bbc is 1) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 49- **If** (Deslocamento is zp) **and** (velocidade is vp)
then (Bbc is 0.75) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 50- **If** (Deslocamento is zp) **and** (velocidade is 0)
then (Bbc is 0) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 51- **If** (Deslocamento is zp) **and** (velocidade is vn)
then (Bbc is -1) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 52- **If** (Deslocamento is zp) **and** (velocidade is vn1)
then (Bbc is -1.25) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 53- **If** (Deslocamento is zp) **and** (velocidade is vn2)
then (Bbc is -1.75) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 54- **If** (Deslocamento is zp) **and** (velocidade is vn3)
then (Bbc is -2.25) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 55- **If** (Deslocamento is zp) **and** (velocidade is vn4)
then (Bbc is -2.75) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 56- **If** (Deslocamento is zn) **and** (velocidade is vn4)
then (Bbc is 1.5) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 57- **If** (Deslocamento is zn) **and** (velocidade is vn3)
then (Bbc is 1.5) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 58- **If** (Deslocamento is zn) **and** (velocidade is vn2)
then (Bbc is 1) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 59- **If** (Deslocamento is zn) **and** (velocidade is vn1)
then (Bbc is 1) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
 60- **If** (Deslocamento is zn) **and** (velocidade is vn)
then (Bbc is 0.75) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)

```

61- If (Deslocamento is zn)    and (velocidade is 0)
then (Bbc is 0) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
62- If (Deslocamento is zn)    and (velocidade is vp)
then (Bbc is -1) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
63- If (Deslocamento is zn)    and (velocidade is vp1)
then (Bbc is -1.25) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
64- If (Deslocamento is zn)    and (velocidade is vp2)
then (Bbc is -1.75) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
65- If (Deslocamento is zn)    and (velocidade is vp3)
then (Bbc is -2.25) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
66- If (Deslocamento is zn)    and (velocidade is vp4)
then (Bbc is -2.75) (b4 is 0) (b3 is 0) (b2 is 0) (b1 is 0)
67- If (Deslocamento is dn)    and (velocidade is vn4)
then (Bbc is 2) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
68- If (Deslocamento is dn)    and (velocidade is vn3)
then (Bbc is 1.75) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
69- If (Deslocamento is dn)    and (velocidade is vn2)
then (Bbc is 1.75) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
70- If (Deslocamento is dn)    and (velocidade is vn1)
then (Bbc is 1.5) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
71- If (Deslocamento is dn)    and (velocidade is vn)
then (Bbc is 1.5) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
72- If (Deslocamento is dn)    and (velocidade is 0)
then (Bbc is -0.75) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
73- If (Deslocamento is dn)    and (velocidade is vp)
then (Bbc is -1.5) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
74- If (Deslocamento is dn)    and (velocidade is vp1)
then (Bbc is -1.5) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
75- If (Deslocamento is dn)    and (velocidade is vp2)
then (Bbc is -2) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
76- If (Deslocamento is dn)    and (velocidade is vp3)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
77- If (Deslocamento is dn)    and (velocidade is vp4)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
78- If (Deslocamento is dn1)   and (velocidade is vn4)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
79- If (Deslocamento is dn1)   and (velocidade is vn3)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
80- If (Deslocamento is dn1)   and (velocidade is vn2)
then (Bbc is 2.75) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)

```

81- **If** (Deslocamento is dn1) **and** (velocidade is vn1)
then (Bbc is 2.75) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 82- **If** (Deslocamento is dn1) **and** (velocidade is vn)
then (Bbc is 2.5) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 83- **If** (Deslocamento is dn1) **and** (velocidade is 0)
then (Bbc is 2.5) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 84- **If** (Deslocamento is dn1) **and** (velocidade is vp)
then (Bbc is 2.5) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 85- **If** (Deslocamento is dn1) **and** (velocidade is vp1)
then (Bbc is 1) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 86- **If** (Deslocamento is dn1) **and** (velocidade is vp2)
then (Bbc is 0) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 87- **If** (Deslocamento is dn1) **and** (velocidade is vp3)
then (Bbc is -0.25) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 88- **If** (Deslocamento is dn1) **and** (velocidade is vp4)
then (Bbc is -0.25) (b4 is 3) (b3 is -3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 89- **If** (Deslocamento is -80mm) **and** (velocidade is vn4)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 90- **If** (Deslocamento is -80mm) **and** (velocidade is vn3)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 91- **If** (Deslocamento is -80mm) **and** (velocidade is vn2)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 92- **If** (Deslocamento is -80mm) **and** (velocidade is vn1)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 93- **If** (Deslocamento is -80mm) **and** (velocidade is vn)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 94- **If** (Deslocamento is -80mm) **and** (velocidade is 0)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 95- **If** (Deslocamento is -80mm) **and** (velocidade is vp)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 96- **If** (Deslocamento is -80mm) **and** (velocidade is vp1)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 97- **If** (Deslocamento is -80mm) **and** (velocidade is vp2)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 98- **If** (Deslocamento is -80mm) **and** (velocidade is vp3)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 99- **If** (Deslocamento is -80mm) **and** (velocidade is vp4)
then (Bbc is 3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
 100- **If** (Deslocamento is -90mm) **and** (velocidade is vn4)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)

```

101- If (Deslocamento is -90mm) and (velocidade is vn3)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
102- If (Deslocamento is -90mm) and (velocidade is vn2)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
103- If (Deslocamento is -90mm) and (velocidade is vn1)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
104- If (Deslocamento is -90mm) and (velocidade is vn)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
105- If (Deslocamento is -90mm) and (velocidade is 0)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
106- If (Deslocamento is -90mm) and (velocidade is vp)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
107- If (Deslocamento is -90mm) and (velocidade is vp1)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
108- If (Deslocamento is -90mm) and (velocidade is vp2)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
109- If (Deslocamento is -90mm) and (velocidade is vp3)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)
110- If (Deslocamento is -90mm) and (velocidade is vp4)
then (Bbc is -3) (b4 is 3) (b3 is 3)(b2 is 3) (b1 is -3)

```


ANEXO A – Potenciais retardados, Henrique Fleming

A.1 A FUNÇÃO DELTA DE DIRAC

A chamada função delta de Dirac foi introduzida pelo grande Paul Dirac para simplificar o tratamento de certos problemas da mecânica quântica. Aqui vamos adaptar o formalismo ao eletromagnetismo. Não se trata de matemática rigorosa, e sim de uma abreviação, muito intuitiva e eficaz, da teoria das distribuições de Laurent Schwartz. O feito de Schwartz, que lhe valeu a medalha Fields (mais ou menos o prêmio Nobel de matemática), foi transformar as idéias geniais de Dirac em matemática “politicamente correta”, bem como ampliar enormemente suas aplicações a outros ramos da matemática, pura e aplicada.

Definimos a função delta assim:

$$\delta(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \vec{\nabla}^2 \frac{1}{r} \quad (\text{A.1})$$

Em consequência da definição, tem-se:

$$\int dV \delta(\vec{r}) = 1 \quad (\text{A.2})$$

De fato,

$$\begin{aligned} \int dV \delta(\vec{r}) &= -\frac{1}{4\pi} \int dV \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{r} = - \int_S \vec{\nabla} \frac{1}{r} \cdot \vec{n} dS \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{1}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{n} dS = \frac{1}{4\pi r^2} \int_S r^2 d\Omega = 1 \end{aligned}$$

Da definição segue imediatamente que

$$\delta(\vec{r}) = 0 \quad \text{para } \vec{r} \neq 0 .$$

A mais importante propriedade da δ é a seguinte:

$$\int dV \delta(\vec{r}) f(\vec{r}) = f(\vec{0}) \quad (\text{A.3})$$

Demonstração: na primeira integral de A.3 , o único valor de $f(\vec{r})$ que interessa é $f(\vec{0})$, já que, para qualquer outro valor de \vec{r} , o produto $\delta(\vec{r})f(\vec{r})$ é zero. Logo, $f(\vec{r})$ pode ser substituída pela função constante

$f(\vec{0})$ sem mudar o valor da integral. Então,

$$\int dV \delta(\vec{r}) f(\vec{r}) = \int dV \delta(\vec{r}) f(\vec{0}) = f(\vec{0}) \int dV \delta(\vec{r}) = f(\vec{0})$$

Mas geralmente, tem-se:

$$\delta(\vec{r} - \vec{r}') = -\frac{1}{4\pi} \vec{\nabla}^2 \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (\text{A.4})$$

$$\int dV \delta(\vec{r} - \vec{a}) f(\vec{r}) = f(\vec{a}) \quad (\text{A.5})$$

$$\int dV \delta(\vec{r} - \vec{a}) = 1 \quad (\text{A.6})$$

$$\delta(\vec{r} - \vec{r}') = \delta(\vec{r}' - \vec{r}) \quad (\text{A.7})$$

Uma demonstração quase física da Eq. A.6 é obtida assim:

$$\begin{aligned} \int dV \delta(\vec{r} - \vec{r}') &= -\frac{1}{4\pi} \int dV \vec{\nabla}^2 \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = -\frac{1}{4\pi} \int dV \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \\ &= \frac{1}{4\pi} \int dV \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right) = \frac{1}{4\pi} \int dV \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{4\pi} \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS \end{aligned}$$

onde $\vec{E} = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$ é o campo elétrico de uma carga unitária localizada em \vec{r}' . Logo, pelo teorema de Gauss,

$$\frac{1}{4\pi} \int dS \vec{E} \cdot \vec{n} = 1$$

Conclui-se, então, que $\int dV \delta(\vec{r} - \vec{r}') = 1$.¹

A.2 APLICAÇÃO: SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE POISSON

Da eletrostática obteve-se a seguinte equação para o potencial escalar (equação de Poisson):

$$\vec{\nabla}^2 \phi(\vec{r}) = -4\pi \rho(\vec{r}) \quad (\text{A.8})$$

¹Mais precisamente, $\int dV \delta(\vec{r} - \vec{r}') = 1$ se o ponto \vec{r}' estiver no volume V , e é 0 se \vec{r}' for um ponto externo a V .

Usando o princípio de superposição, tinha-se a seguinte expressão para o potencial, em termos da densidade de carga:

$$\phi(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}' \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (\text{A.9})$$

É intuitivo que A.9 seja a solução de A.8 (para densidades de carga que tendam a zero a grandes distâncias). Será mostrado agora que isto é efetivamente verdade. Note-se que, pela definição de $\delta(\vec{r})$,

$$\vec{\nabla}^2 \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = -4\pi\delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (\text{A.10})$$

Observa-se que A.9 satisfaz efetivamente a A.8. Aplicando o operador $\vec{\nabla}^2$ à A.9, tem-se:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}^2 \phi(\vec{r}) &= \int d^3\vec{r}' \vec{\nabla}^2 \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \rho(\vec{r}') \\ &= \int d^3\vec{r}' (-4\pi\delta(\vec{r} - \vec{r}') \rho(\vec{r}')) = -4\pi\rho(\vec{r}) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

que é o que se queria provar. Neste cálculo, é essencial o fato de que $\vec{\nabla}^2$ atua somente sobre a variável \vec{r} , e não sobre a \vec{r}' .

A.3 FUNÇÕES DE GREEN

Seja L um operador diferencial linear e considere a equação diferencial

$$L\phi(\vec{r}) = -4\pi s(\vec{r}) \quad (\text{A.12})$$

onde s é uma função dada, denominada *fonte* e ϕ é a função incógnita. Denomina-se função de Green do operador linear L a função $G(\vec{r} - \vec{r}')$, tal que:

$$LG(\vec{r} - \vec{r}') = -4\pi\delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (\text{A.13})$$

com condições de contorno definidas pelo particular problema. Uma vez determinada a função de Green, a Eq. A.12 pode ser resolvida facilmente. De fato, mostra-se que:

$$\phi(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}' G(\vec{r} - \vec{r}') s(\vec{r}') \quad (\text{A.14})$$

é solução de A.12. Basta aplicar o operador L à A.14. Tem-se:

$$\begin{aligned} L\phi(\vec{r}) &= \int d^3\vec{r}' LG(\vec{r} - \vec{r}')s(\vec{r}') \\ &= \int d^3\vec{r}' (-4\pi\delta(\vec{r} - \vec{r}'))s(\vec{r}') = -4\pi s(\vec{r}) \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Para um exemplo, considere o operador linear Laplaceano, $\vec{\nabla}^2$. Na Eq. A.10 lemos que $\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ é precisamente a função de Green. De fato, o método usado acima para construir a solução da equação de Poisson é exatamente o método da função de Green, que acabou de ser descrita.

George Green foi um físico-matemático de primeira grandeza, embora tenha sido sempre um amador, e nunca tenha tido qualquer diploma universitário. Estudando por conta própria, Green descobriu praticamente todos os métodos matemáticos da teoria de campos, entre os quais a função de Green e os potenciais ϕ e \vec{A} . Publicou, em pequena tiragem, por conta própria, suas descobertas em um tratado, que se tornou obra ambicionadíssima e rara naqueles tempos. Quando o jovem William Thomson, depois Lord Kelvin, visitou Paris, havia uma fila de físicos e matemáticos eminentes querendo ter uma entrevista com aquele jovem quase desconhecido. O que eles queriam era tomar emprestado o tratado de Green, do qual Kelvin era o feliz possuidor de uma cópia.